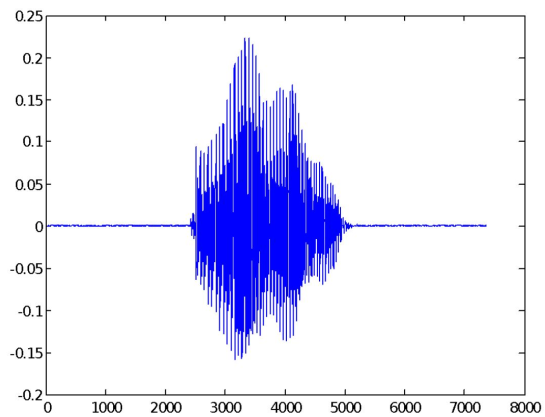
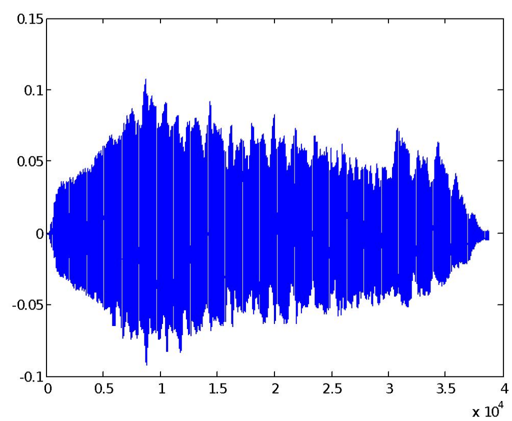
Εισαγωγή στην αναπαράσταση και επεξεργασία σημάτων συνεχούς και διακριτού χρόνου με Matlab

Τα σήματα ταξινομούνται ανάλογα με τον τύπο της ανεξάρτητης ή της εξαρτημένης μεταβλητής της συνάρτησης. Κατατάσσουμε επομένως τα σήματα σε σήματα συνεχούς χρόνου και σήματα διακριτού χρόνου. Συνήθως η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι ο χρόνος, χωρίς να αποκλείεται η μεταβλητή αυτή να είναι μία άλλη ποσότητα, όπως η θερμοκρασία, η απόσταση κτλ.

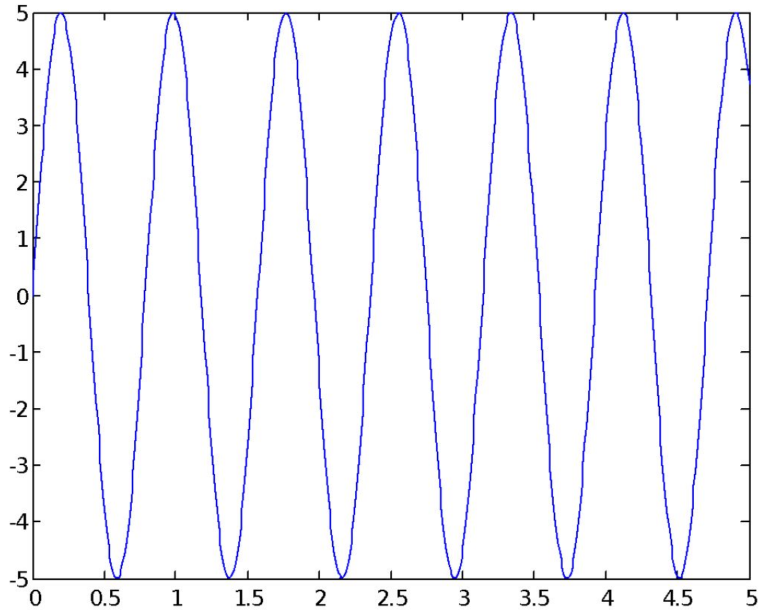
Σήματα **συνεχούς χρόνου** καλείται οποιαδήποτε φυσική ποσότητα που μεταβάλλεται με το χρόνο. Υπάρχουν σήματα φωνής ή σήματα ήχου, όπως βλέπουμε στη συνέχεια.Το φώνημα «oh» σε μία λέξη (από το TIDIGITS corpus) αριστερά , ή ένα σήμα από μουσική ενός βιολιού (από McGill Master Samples), στο δεξί σήμα.



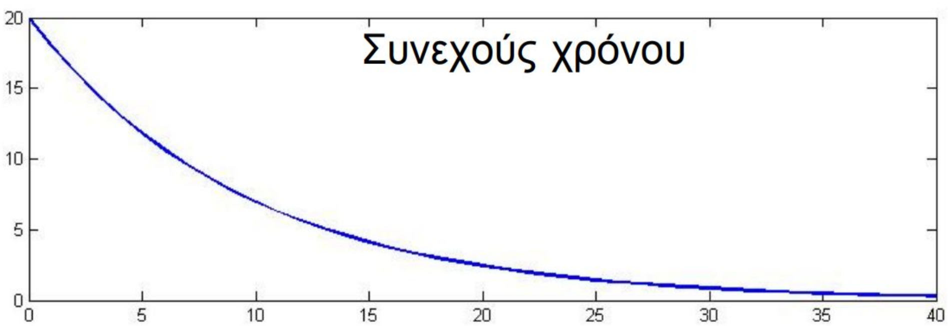


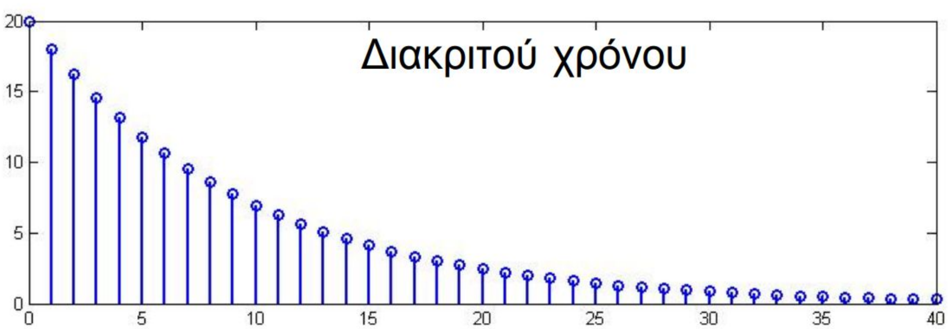
Υπάρχουν επίσης σήματα τα οποία περιγράφονται με μία μαθηματική συνάρτηση. Παράδειγμα η συνάρτηση X(t)=5*sin(8*t) , την οποία θα σχεδιάσουμε στο διάστημα 0≤t≤5 . Στο Matlab γράφουμε

```
>> t=linspace(0,5,500);
>> x=5*sin(8*t);
>> plot(t,x)
```



Διακριτού χρόνου: ορίζονται μόνο σε διακριτά (συγκεκριμένα) χρονικά διαστήματα. Λαμβάνονται - μέσω δειγματοληψίας ενός σήματος συνεχούς χρόνου σε συγκεκριμένα σημεία ίσης απόστασης στο χρόνο, ή - απευθείας από μία διακριτή διαδικασία.



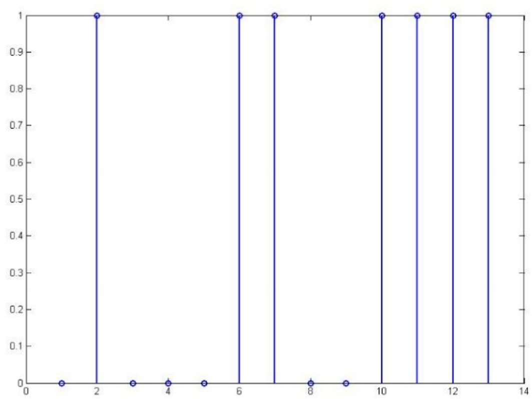


Μία ακόμα διάκριση των σημάτων είναι σε

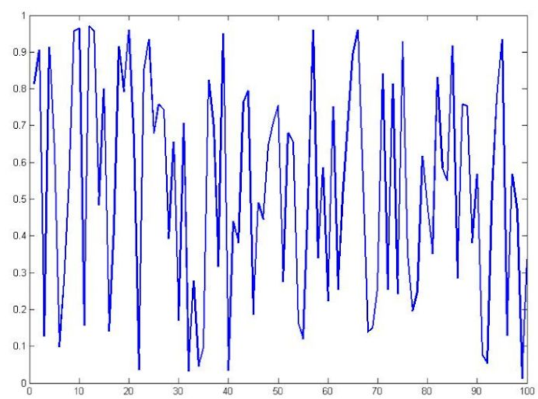
(α) **Ψηφιακά**: είναι διακριτού χρόνου και διακριτού πλάτους, δηλ. μπορούν να πάρουν τιμές από πεπερασμένο σύνολο. Π.χ. σήματα σε έναν υπολογιστή είναι ψηφιακά (δυαδικά) γιατί μπορούν να πάρουν μόνο δύο τιμές (0 ή 1). Οι τιμές τις οποίες μπορούν να πάρουν είναι συνάρτηση της ακρίβειας αναπαράστασης (αριθμός διαθέσιμων bits) του ψηφιακού συστήματος.

(β) **Αναλογικά**: Η τιμή τους σε κάθε χρονική στιγμή μπορεί να είναι ένας οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός και είναι συνεχούς χρόνου. Ψηφιακά και αναλογικά: περιγράφουν τη φύση του πλάτους ενός σήματος, δηλ. την εξαρτημένη μεταβλητή (άξονας y).

Ψηφιακό



Αναλογικό

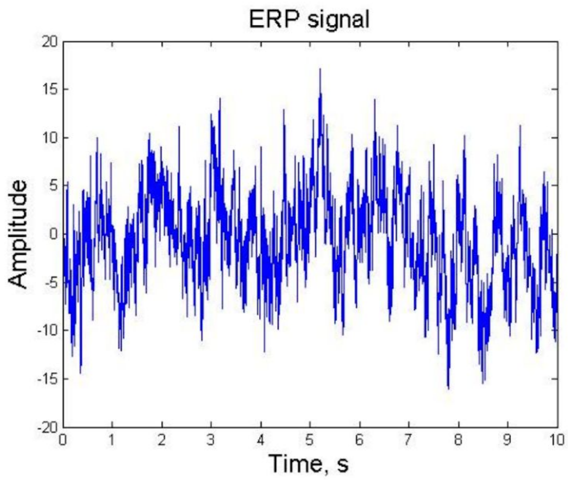


Ανάλογα με την ***περιοδικότητα*** τα χωρίζουμε σε

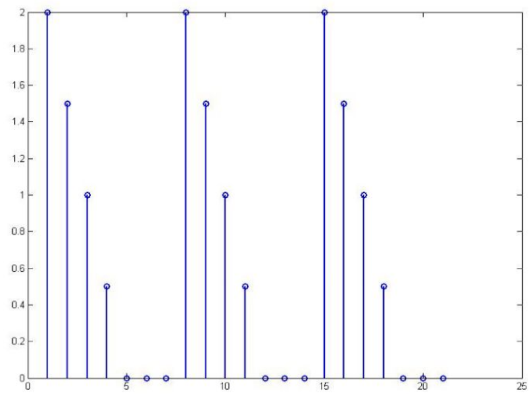
(α) ***Περιοδικά*** , όταν υπάρχει ένας θετικός αριθμός Τ για τον οποίο ισχύει $x(t)=x(t+T)$, για όλα τα t.

(β) ***Απεριοδικά***: σήματα που δεν είναι περιοδικά.

Μη περιοδικό



Περιοδικό



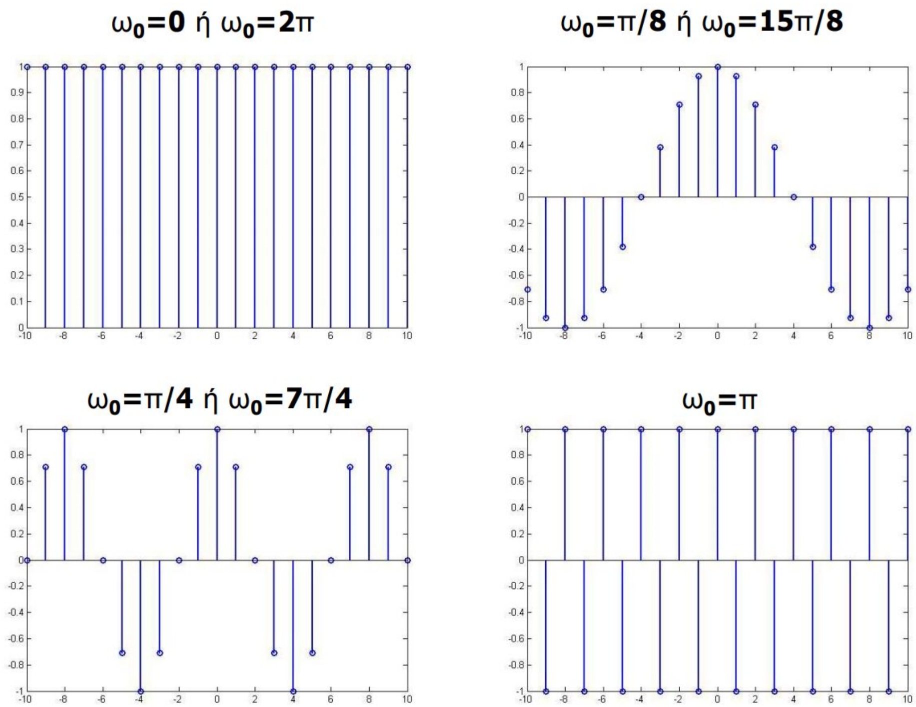
Για ένα διακριτό σήματα λέμε ότι είναι περιοδικό όταν:
x(n)=x(n+N), για όλα τα n
N: περίοδος (ακέραιος)

Για ημιτονοειδή διακριτού χρόνου:

$$\alpha * cos(\omega_0 n + \varphi) = \alpha * cos(\omega_0 n + \omega_0 \mathrm{N} + \varphi)$$

Όπου $\omega_0 \mathrm{N} = 2k\pi,\ k$ ακέραιος

Συνάρτηση $x(n) = cos(\omega_0 n)$



Επιπλέον έχουμε

(α) Σήματα ***ενέργειας***: έχουν πεπερασμένη ενέργεια και μηδενική ισχύ.

(β) Σήματα ***ισχύος***: έχουν άπειρη ενέργεια και πεπερασμένη και μη- μηδενική ισχύ.

Πεπερασμένη ενέργεια -> μηδενική ισχύ.

Πεπερασμένη ισχύς -> άπειρη ενέργεια.

Άρα, ένα σήμα δεν μπορεί να είναι ταυτόχρονα σήμα ενέργειας και ισχύος. Στην πράξη, όλα τα σήματα έχουν πεπερασμένη ενέργεια, άρα είναι σήματα ενέργειας. Η παραγωγή ενός πραγματικού σήματος ισχύος στην πράξη είναι αδύνατη.

Όμως, περιοδικά σήματα για τα οποία το εμβαδόν τους κατά τη διάρκεια μιας περιόδου είναι πεπερασμένο -> σήματα ισχύος.

Επίσης διακρίνουμε σήματα

(α) ***Καθοριστικά***: σήματα των οποίων η φυσική περιγραφή είναι εντελώς γνωστή, είτε σε μαθηματική ή γραφική μορφή.

(β) ***Πιθανοτικά*** (τυχαία): σήματα των οποίων οι τιμές δεν μπορούν να προβλεφθούν ακριβώς αλλά περιγράφονται μέσω συναρτήσεις πιθανοτήτων, π.χ. μέσος όρος.

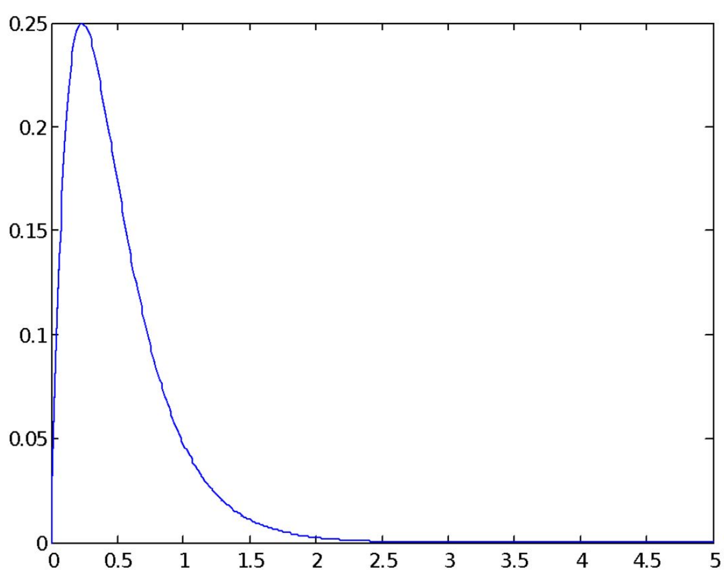
Παραδείγματα με σήματα συνεχούς χρόνου

Έστω ότι έχουμε την παρακάτω συνάρτηση την οποία θέλουμε να σχεδιάσουμε στο διάστημα **0≤t≤5**.

$$x(t) = \begin{cases} e^{-3t} - e^{-6t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

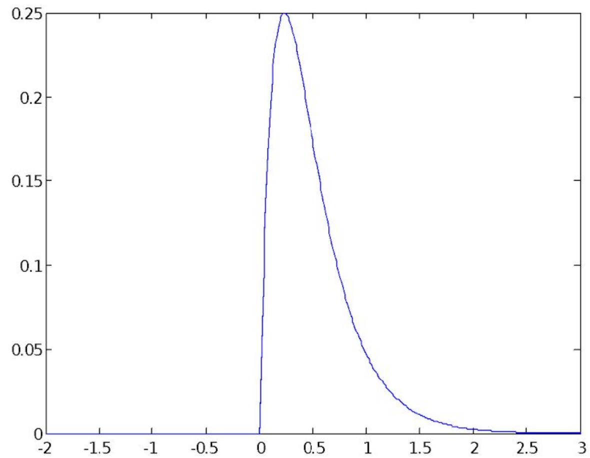
Στο Matlab γράφουμε τις παρακάτω εντολές

```
>> t=[0:0.01:5];
>> x2=exp(-3*t)-exp(-6*t);
>> plot(t,x2)
```



Ας σχεδιάσουμε στη συνέχεια την x(t) στο διάστημα **− 2≤t≤3** σε χρονικά διαστήματα Δt=0.01s. Αν παρατηρήσουμε καλύτερα την x(t), βλέπουμε ότι το σήμα αυτό έχει τιμή 0 για τιμές t < 0 . Για να προσέξουμε αυτό το γεγονός στο γράφημα που θα σχεδιάσουμε, θα χρησιμοποιήσουμε το λογικό τελεστή «<=» με την παρακάτω μορφή. (με την πράξη «<=» που γράφουμε εδώ, φτιάχνουμε ένα νέο πίνακα w , ο οποίος είναι το αποτέλεσμα της λογικής πράξης σύγκρισης του t με το 0, και παράγεται ένα πίνακας ο οποίος έχει τιμές 0 (true) και 1(false)).

```
>> t=[-2:0.01:3];
>> w=(t>=0); %w is a logical
operator
>> x2=(exp(-3*t)-exp(-6*t)).*w;
>> plot(t,x2)
```

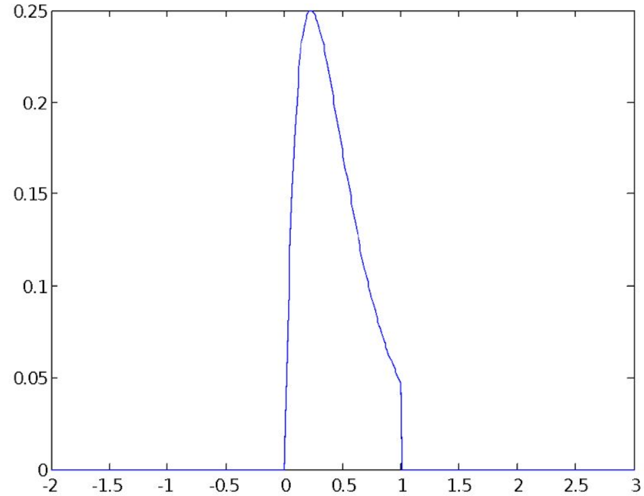


Έστω το σήμα το οποίο θέλουμε να σχεδιάσουμε στο χρονικό διάστημα − 2≤t≤3

$$x(t) = \begin{cases} e^{-3t} - e^{-6t}, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Το σήμα είναι το ίδιο με αυτό που είχαμε πριν απλά τώρα x(t)=0 για t>1. Στο Matlab γράφουμε

```
>> t=[-2:0.01:3];
>> w=(t>=0)&(t<=1);
>> x2=(exp(-3*t)-exp(-6*t)).*w;
>> plot(t,x2)
```



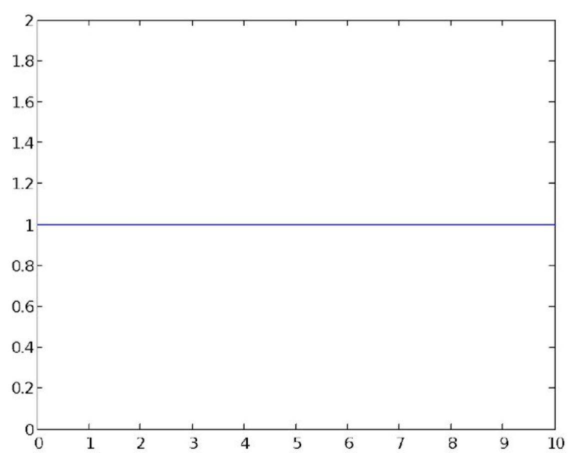
Βηματική συνάρτηση

$$u(t) = \begin{cases} 1\,\alpha\nu, t \geq 0 \\ 0 \;\; \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon} \end{cases}$$

Δημιουργούμε αρχικά ένα **function** στο matlab και στην συνέχεια βλέπουμε τον τρόπο με τον οποίο καλούμε την function για να δούμε και γραφικά την συνάρτηση αυτή. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να καλούμε την step_function με διαφορετικές παραμέτρους κάθε φορά.

```
function x = step_function(t)
  x = 1*(t>=0);
```

```
>> t=[0:1:10];
>> x = step_function(t);
>> plot(t,x)
```

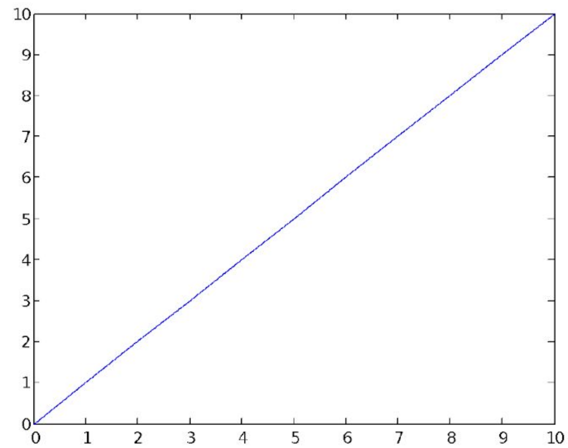


Μοναδιαία Συνάρτηση ράμπας (αντιπροσωπεύεται από μια μονότονα αύξουσα συνάρτηση που μοιάζει με μια ράμπα)

$$r(t) = \begin{cases} t \ \alpha\nu, t \geq 0 \\ 0 \ \alpha\nu \ \mathrm{t} < 0 \end{cases}$$

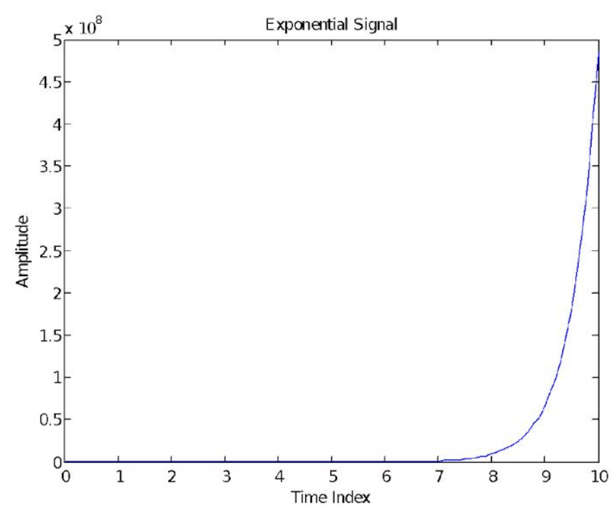
```
function x = ramp_function(t)
  x = t.*(t>=0);
```

```
>> t=[0:1:10];
>> x = ramp_function(t);
>> plot(t,x)
```

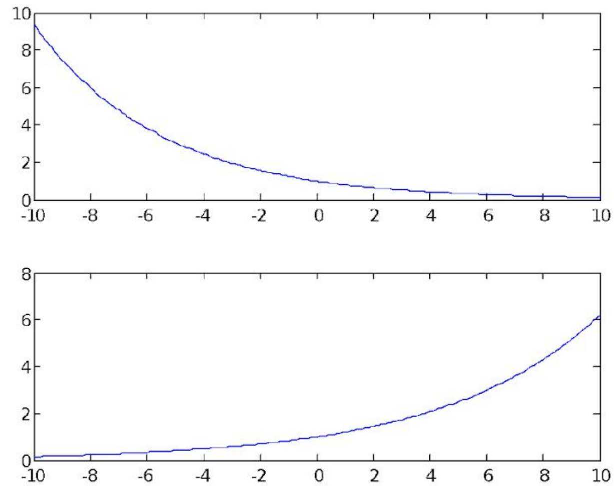


Εκθετικά σήματα

```
>> t=0:0.1:10;
>> y=exp(2*t);
>> plot(t,y);
>> ylabel ('Amplitude');
>> xlabel ('Time Index');
>> title ('Exponential Signal');
```



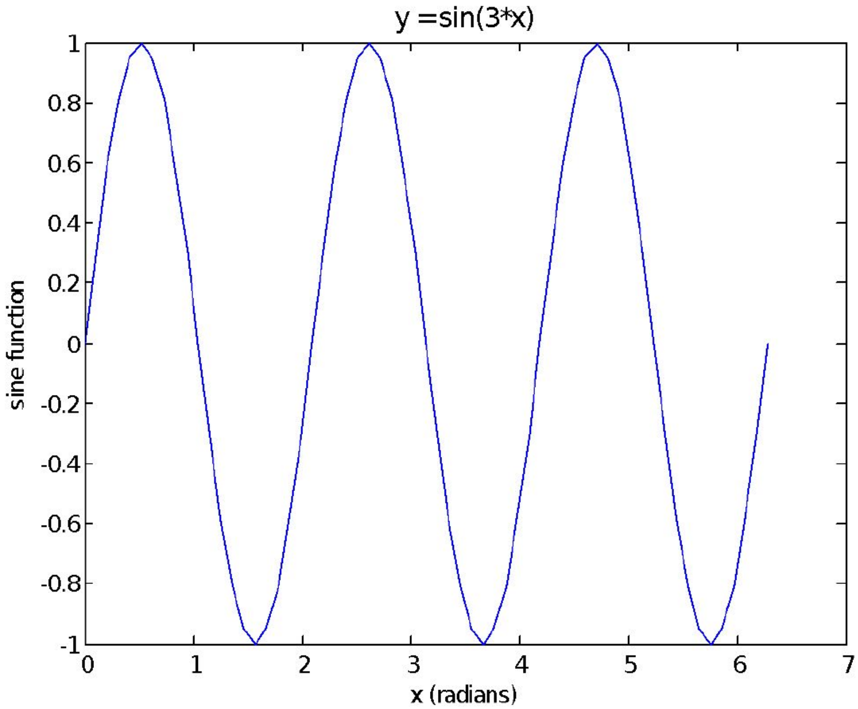
```
>> t=-10:0.1:10;
>> a1=0.8;
>> a2=1.2;
>> subplot(211);plot(t,a1.^t)
>>  subplot (212;plot(t,a2.^t)
```



Ημιτονοειδή σήματα συνεχούς χρόνου

Ένα ημιτονοειδές σήμα συνεχούς χρόνου, μπορεί να εκφραστεί ως εξής **x(t)=A*cos(Ω*t+θ)** , όπου A=πλάτος , Ω=η συχνότητα (rad/sec) και θ=φάση (rad). Ή μπορεί να γραφτεί και ως εξής **x(t)=A*cos(2*π*F*t+θ)** , όπου Ω=2πF και F είναι η συχνότητα σε Hz.

```
>> x = 0:pi/30:2*pi; % x vector, 0 <= x <= 2*pi, increments of
pi/30
>> y = sin(3*x); % vector of y values
>> plot(x,y) % create the plot
>> xlabel('x (radians)'); % label the x-axis
>> ylabel('sine function'); % label the y-axis
>> title('y = sin(3*x)','FontSize', 12);
```


y =sin(3*x)
sine function
x (radians)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
1
2
3
4
5
6
7

Παραδείγματα για να δοκιμάσετε στο MATLAB

```
% Script : matex_1_1a
%
% Construct a vector of time instants.
t = linspace(0,5,1000);
% Compute the signal at time instants in vector "t".
x1 = 5*sin(12*t);
% Graph the signal.
clf;
plot(t,x1);
xlabel('Time (sec)');
ylabel('x_1(t)');
```

```
% Script : matex_1_1b
%
% Construct a vector of time instants.
t = [0:0.01:5];
% Compute the signal at time instants in vector "t".
x2 = (exp(-3*t)-exp(-6*t));
% Graph the signal.
clf;
plot(t,x2);
xlabel('Time (sec)');
ylabel('x_2(t)');
```

```
% Script : matex_1_1c
%
% Construct a vector of time instants.
t = [0:0.01:5];
% Compute the signal at time instants in vector "t".
x2 = (exp(-3*t)-exp(-6*t)).*(t>=0);
% Graph the signal.
clf;
plot(t,x2);
xlabel('Time (sec)');
ylabel('x_2(t)');
```

```
% Script : matex_1_1d.m
%
% Construct a vector of time instants.
t = [-2:0.01:3];
% Compute the signal at time instants in vector "t".
x3 = (exp(-3*t)-exp(-6*t)).*((t>=0)&(t<=1));
% Graph the signal.
clf;
plot(t,x3);
xlabel('t (sec)');
ylabel('x_{3}(t)');
grid;
```