ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ

Σκοπός της εργαστηριακής άσκησης είναι

α. Να κατανοήσετε την σημασία της διαμόρφωσης στα αναλογικά τηλεπικοινωνιακά συστήματα
β. Μελέτη της διαμόρφωσης κατά εύρος και κατά γωνία
γ. Η μελέτη των χαρακτηριστικών των AM και FM διαμορφωμένων σημάτων (πχ. διαμόρφωση απλής πλευρικής ζώνης (SSB), διαμόρφωση διπλής πλευρικής ζώνης(DSB))
δ. Μελέτη της αποδιαμόρφωσης ενός σήματος.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στόχος κάθε συστήματος επικοινωνίας είναι να μεταφέρει ένα σήμα πληροφορίας από ένα σημείο σε ένα άλλο χωρίς απώλεια στην ποιότητα του σήματος. Συνήθως η πληροφορία βρίσκεται στη μορφή ενός σήματος βασικής ζώνης. (ο όρος βασική ζώνη χρησιμοποιείται για να ορίσουμε τη ζώνη των συχνοτήτων που παριστάνει το αρχικό σήμα όπως αυτό στέλνεται από την πηγή πληροφορίας). Η αποτελεσματική χρήση του διαύλου επικοινωνίας απαιτεί μετατόπιση της περιοχής των συχνοτήτων της βασικής ζώνης σε άλλες περιοχές συχνοτήτων κατάλληλες για μετάδοση, και μία αντίστοιχη μετατόπιση πίσω προς την αρχική περιοχή συχνοτήτων μετά τη λήψη του σήματος στο δέκτη.

Η μετατόπιση της περιοχής συχνοτήτων ενός σήματος επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας διαμόρφωση (modulation) που ορίζεται σαν η διαδικασία με την οποία κάποιο χαρακτηριστικό ενός φέροντος (εύρος, η φάση ή η συχνότητα) μεταβάλλεται σύμφωνα με το σήμα διαμόρφωσης** (λέγετε δε και σήμα βασικής ζώνης ή σήμα πληροφορίας - *information signal)* . Το σήμα που προκύπτει είναι το διαμορφωμένο σήμα.

ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ (AM)

Ορίζεται σαν μία διαδικασία στην οποία το πλάτος του φέροντος, c(t) , μεταβάλλεται γύρω από μία μέση τιμή γραμμικά σε σχέση με το σήμα βασικής ζώνης m(t).

Θεωρήστε ημιτονικό φέρον που ορίζεται από τον παρακάτω τύπο

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) \quad \text{(εξ. 1)}$$

Η κατά πλάτος διαμορφωμένη κυματομορφή περιγράφετε όπως γνωρίζετε και από τη θεωρία ως εξής

$$s(t) = A_c[1 + k_a m(t)]\cos(2\pi f_c t) \quad \text{(εξ. 2)}$$

Όπου k_α είναι μία σταθερά που καλείται ευαισθησία πλάτους

*** IEEE Standard Dictionary of Electronic Terms*

ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΜΕ ΑΠΛΟ ΤΟΝΟ.

Θεωρείστε το σήμα διαμόρφωσης m(t) που αποτελείται από ένα «τόνο» ή μία συνιστώσα συχνότητας, δηλαδή

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \quad (\text{εξ. } 3)$$

Το ημιτονικό φέρον είναι το c(t) που γράψαμε στην εισαγωγή. Η αντίστοιχη AM κυματομορφή δίνεται συνεπώς από

$$s(t) = A_c[1 + \mu\, cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t) \qquad (\text{εξ. } 4)$$

Όπου $\mu = k_a A_m$ (συντελεστής διαμόρφωσης)

Η περιβάλλουσα δίνετε από τον τύπο

$$x(t) = A_c|1 + \mu\, cos(2\pi f_m t)\,| \; (\text{εξ. } 5)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

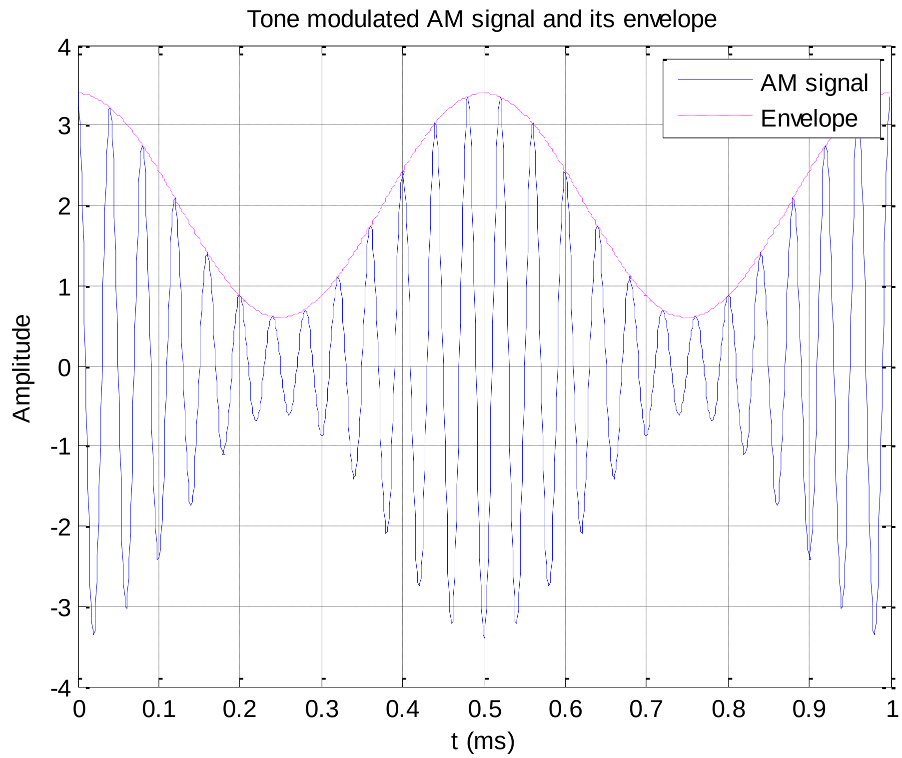
Υπολογίστε και σχεδιάστε στο Matlab το AM σήμα της s(t) με

$$f_c = 25KHz\,, f_m = 2KHz\,, A_c = 2, \mu = 0{,}7$$

Αυτό που πρέπει να προσέξουμε εδώ είναι η μεταβλητή χρόνου t. Αν το τελικό μας γράφημα θα μιμείται σε εμφάνιση το αναλογικό, είναι φανερό ότι το σήμα που παράγουμε στο Matlab είναι από τη φύση του διακριτό. Πρακτικά αυτό που κάνουμε είναι να δειγματοληπτήσουμε το AM σήμα της εξίσωσης 4 για να πάρουμε το διακριτό σήμα και στη συνέχεια το σχεδιάζουμε σε ένα γράφημα ώστε να μοιάζει με αναλογικό. Επομένως ότι έχουμε μάθει για τη δειγματοληψία, $T_s = {}^{1}/_{f_s}$, είναι MUST και εδώ!!!

Σύμφωνα με το θεώρημα Nyquist η συχνότητα δειγματοληψίας F_s πρέπει να είναι τουλάχιστον διπλάσια της μέγιστης συχνότητας. Για το παράδειγμά μας $f_s + f_m = 27KHz$. Εμείς θα επιλέξουμε μία πολύ μεγάλη συχνότητα , 1MHz , ($T_s = 10^{-6}$) .

```
>> Ac=2;
>> Mu=0.7;
>> fc=25;
>> fm=2;
>> t=[0:0.001:1];       % Vector of time instants.
>> % Compute the AM signal.
>> x_am = Ac*(1+Mu*cos(2*pi*fm*t)).*cos(2*pi*fc*t);
>> %perivalousa
>> x_env = abs(Ac*(1+Mu*cos(2*pi*fm*t)));
>> %graph
>> plot(t,x_am,'-',t,x_env,'m--');
>> xlabel('time(ms)');
>> ylabel('Amplitude');
>> legend('AM signal','Envelope');
>> grid;
>> title('Tone Modulated AM signal');
```

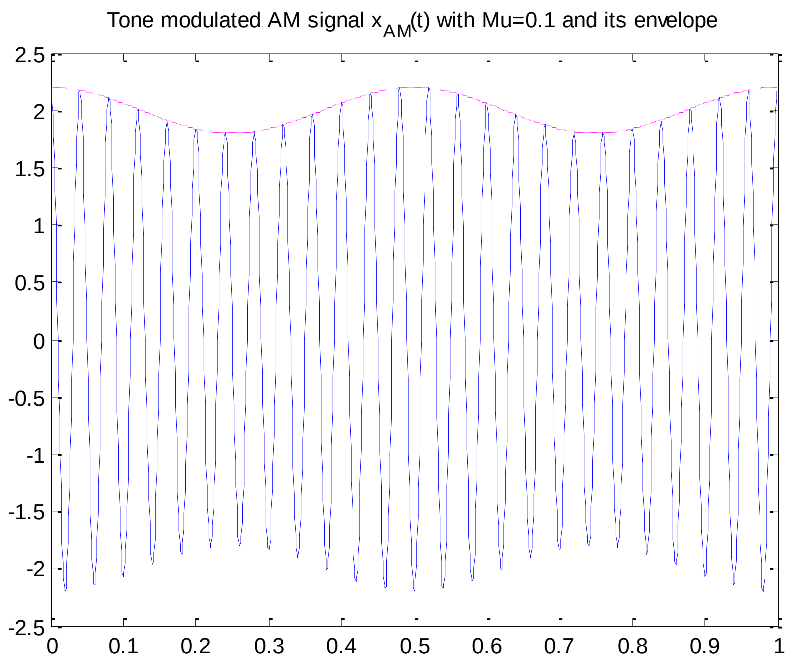


Παρατηρούμε ότι το πλάτος της ταλάντωσης έχει την ίδια μορφή με το σήμα πληροφορίας (αρκεί να ικανοποιείτε η συνθήκη $f_c \gg f_{max}$, η συχνότητα του φέροντος να είναι πολύ μεγαλύτερη της μέγιστης συχνότητας του σήματος πληροφορίας (δοκιμάστε μόνοι σας για επαλήθευση!)

Τι γίνεται στην περίπτωση που το μ είναι << 1 ?

Ξανατρέχουμε τον ίδιο κώδικα, αυτή τη φορά με Mu=0.1…

```
>> Mu = 0.1;
>> x_am = Ac*(1+Mu*cos(2*pi*fm*t)).*cos(2*pi*fc*t); % Eqn. (11.8)
>> x_env = abs(Ac*(1+Mu*cos(2*pi*fm*t)));
>> plot(t,x_am,'-',t,x_env,'m--');
>> title('Tone modulated AM signal x_{AM}(t) with Mu=0.1 and its envelope');
```



Τι γίνετε αν αυξήσουμε πολύ το μ, μ >>1 ? Δοκιμάστε μόνοι σας …

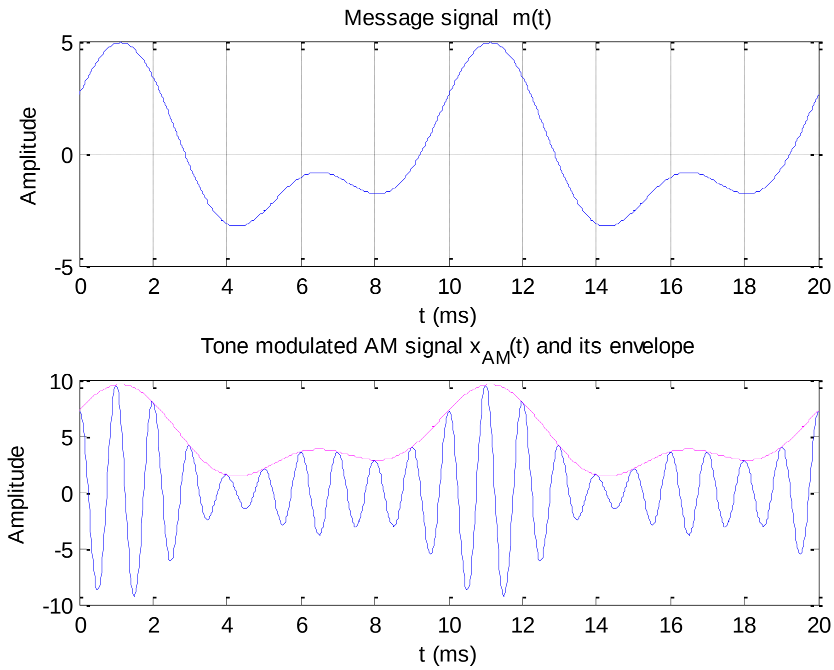
Β’ τρόπος (δοκιμάζουμε με n*Ts…)

```
Ac = 2;
Fc=25;
Fm=2;
M=0.7;
tmin=0;
tmax=1;
Fs=1000;
Ts=1/Fs;
nmin=ceil(tmin/Ts);
nmax=floor(tmax/Ts);
n=nmin:nmax;
x_am=Ac*(1+M*cos(2*pi*Fm*n*Ts)).*cos(2*pi*Fc*n*Ts);
x_env=abs(Ac*(1+M*cos(2*pi*Fm*n*Ts)));

plot(n*Ts,x_am)
hold on;
plot(n*Ts,x_env)
```

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Διαμόρφωση πλάτους φέροντος με σήμα πληροφορίας το οποίο αποτελείται από δύο τόνους, f1 και f2

```
%AM spectrum for a multi-tone modulating signal
Ac = 4.648;
fc = 10;
fm1 = 1;
fm2 = 2;
t = [0:0.001:2]; % Vector of time instants.
% Compute the message signal.
m = 3*cos(2*pi*fm1*t-pi/6)+2*sin(2*pi*fm2*t);
% Compute the AM signal.
x_am = (Ac+m).*cos(2*pi*fc*t);
% Compute the envelope.
x_env = abs(Ac+m);
% Graph message signal and the AM signal with envelope.
clf;
subplot(2,1,1);
plot(t,m);
xlabel('t (s)');
ylabel('Amplitude');
title('Message signal  m(t)');
grid;
subplot(2,1,2);
plot(t,x_am,'-',t,x_env,'m--');
xlabel('t (s)');
ylabel('Amplitude');
title('Tone modulated AM signal x_{AM}(t) and its envelope');

legend('AM signal','Envelope');
```


Message signal m(t)
Amplitude
5
0
-5
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
t (ms)
Tone modulated AM signal x_AM(t) and its envelope
Amplitude
10
5
0
-5
-10
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
t (ms)

ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΛΑΤΟΥΣ ΧΩΡΙΣ ΦΕΡΟΝ.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση $cosAcosB = {}^{1}/_{2}\,[\cos(A + B) + \cos(A - B)]$, έχουμε για το σήμα της εξ. 4

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{mA_c}{2}\cos(2\pi f_c + 2\pi f_m)\,t + \; + \frac{mA_c}{2}\cos(2\pi f_c - 2\pi f_m)\,t \text{ (εξ. 6)}$$

Ο πρώτος όρος είναι το φέρον σήμα , ο δεύτερος όρος είναι ή άνω πλευρική ζώνη και ο τρίτος όρος είναι η κάτω πλευρική ζώνη.

Η συνιστώσα του φέροντος στην AM διαμόρφωση δεν περιέχει πληροφορίες για αυτό και πρέπει να αφαιρεθεί η να κατασταλεί κατά τη διαμόρφωση για να επιτευχθεί υψηλότερη απόδοση ισχύος. Αυτού του είδος η διαμόρφωση ονομάζεται διαμόρφωση διπλής πλευρικής ζώνης χωρίς φέρον.

Έτσι **απαλείφοντας το φέρον** λαμβάνουμε μία διαμορφωμένη κυματομορφή που είναι ανάλογη με το γινόμενο του φέροντος με το σήμα βασικής ζώνης.

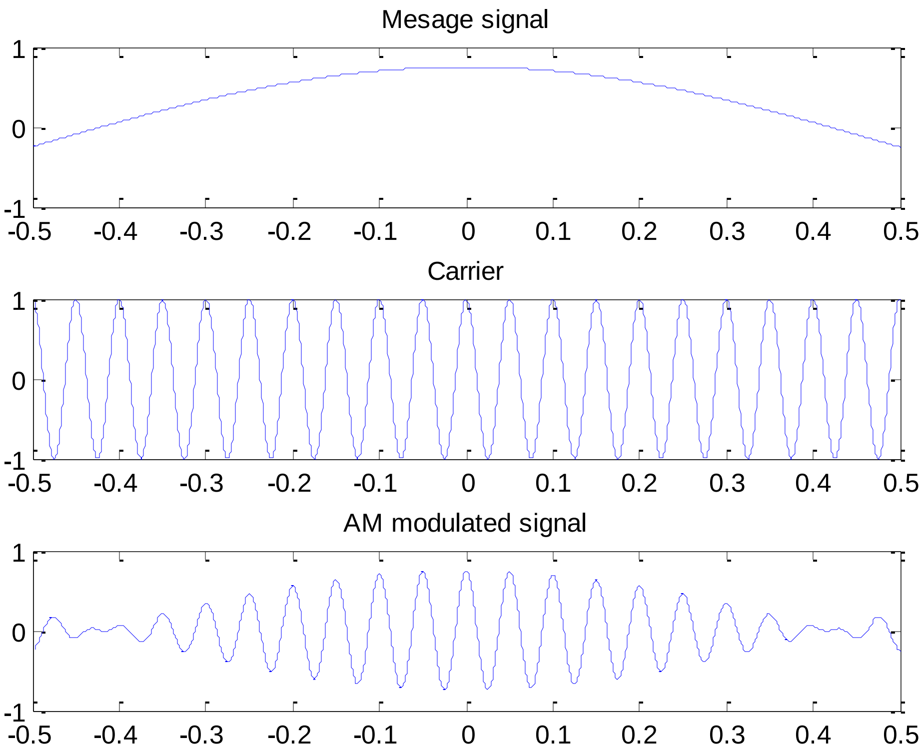
$$s(t) = c(t)m(t) = A_c\cos(2\pi f_c t)\;\; \mathrm{m}(t)$$

$$= A_c\cos(2\pi f_c t)\;\; A_m \cos(2\pi f_m t) = \frac{AcAm}{2}\cos(2\pi f_c + 2\pi f_m)\,t + \frac{AcAm}{2}\cos(2\pi f_c - 2\pi f_m)\,t \quad \text{(εξ. 7)}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Στο παρακάτω παράδειγμα υπολογίζουμε το γινόμενο του φέροντος με το σήμα βασικής ζώνης (προσοχή στην χρήση του τελεστή «.*»

```
>> fs=2000;%sampling frequency in Hz
>> len=1;%length of signal in secs
>> t=(-len/2):1/fs:(len/2);
>> %modulating message
>> fm=0.5;
>> m=cos(2*pi*fm*t)-0.25;
>> %make the carrier
>> fc=20;%modulationg frequency in Hz
>> c=cos(2*pi*fc*t);
>> %modulate the signal
>> u=m.*c;
>> subplot(3,1,1);plot(t,m);title('Mesage signal');
>> subplot(3,1,2);plot(t,c);title('Carrier');
>> subplot(3,1,3);plot(t,u);title('AM modulated signal');
```



Ας δούμε τι γίνεται στο πεδίο των συχνοτήτων. Είπαμε ότι η διαμόρφωση με καταπιεσμένο φέρον είναι ίση με το γινόμενο του φέροντος και του σήματος βασικής ζώνης.

$$x_{DSB}(t) = m(t)\cos(2\pi f_c t)$$

Ο μετασχηματισμός Fourier της $x_{DSB}(t)$ είναι

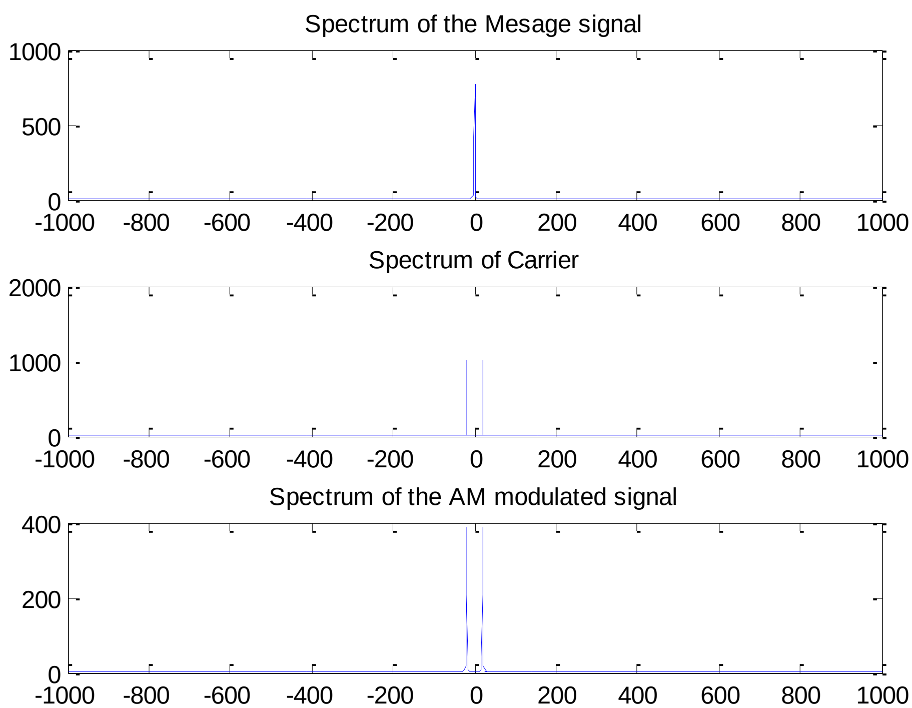
$$x_{DSB}(f) = \frac{1}{2}A_c[M(f-f_c) + M(f+f_c)] \text{ (εξ. 8)}$$

Αρχικά γράφουμε μία συνάρτηση που υπολογίζει το φάσμα.

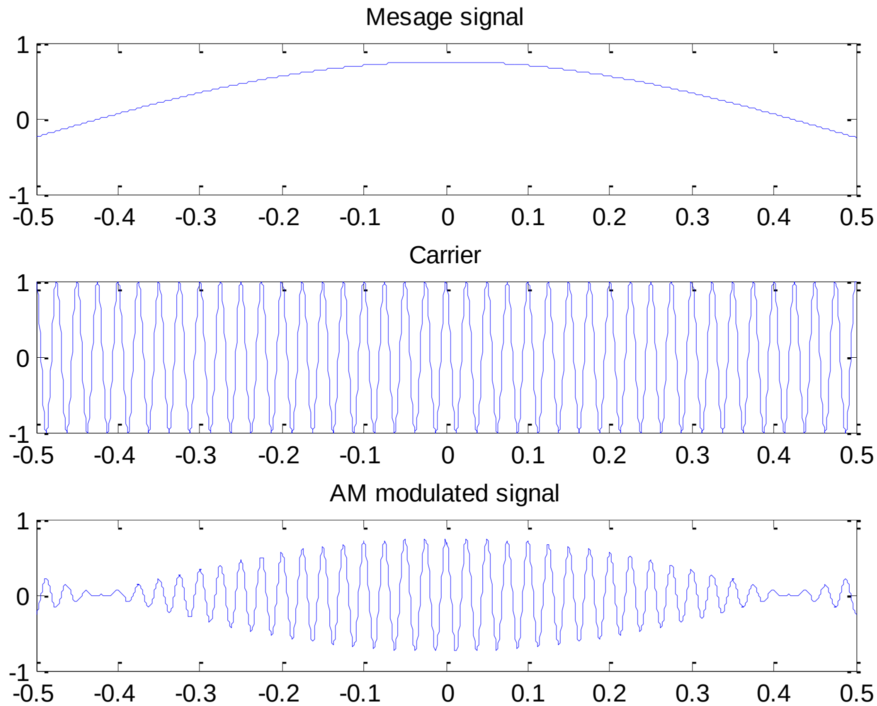
```
function X=am_spectrum(x)
%x = original signal
%X= spectrum of a signal

X=abs(fftshift(fft(x)));
```

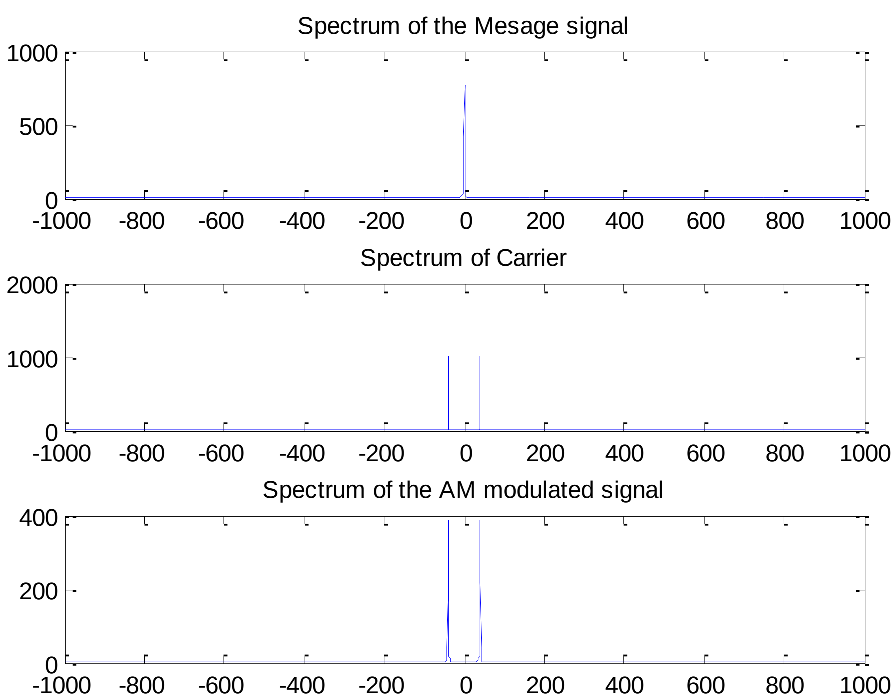
Και στην συνέχεια υπολογίζουμε το φάσμα του σήματος πληροφορίας, του φέροντος και του διαμορφωμένου.

```
>> M=am_spectrum(m);
>> U=am_spectrum(u);
>> C=am_spectrum(c);
>> %make the frequency index for plotting
>> f=(-fs/2):(1/len):(fs/2);
>> subplot(3,1,1);plot(f,M);title('Spectrum of the Mesage signal');
>> subplot(3,1,2);plot(f,C);title('Spectrum of Carrier');
>> subplot(3,1,3);plot(f,U);title('Spectrum of the AM modulated signal');
```



Αλλάζουμε τη συχνότητα fc σε 40Hz και ξαναδοκιμάζουμε …





ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ AM ΜΕ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΩΡΑΣΗ

Για την ανάκτηση του σήματος πληροφορίας βασικής ζώνης *m*(*t*) από ένα διαμορφωμένο σήμα ΑΜ, πρέπει στο δέκτη να γίνει η *μετάθεση του φάσματός* του που βρίσκεται γύρω από τη συχνότητα του φορέα *fc, στην περιοχή βασικής ζώνης*, δηλαδή στην περιοχή που ήταν πριν τη διαμόρφωση. Η διαδικασία αυτή λέγεται *σύγχρονη φώραση* (coherent detection) και μπορεί να πραγματοποιηθεί εύκολα στο δέκτη ως εξής:

- Πολλαπλασιασμός του διαμορφωμένου σήματος με ένα τοπικά παραγόμενο σήμα συχνότητας ίδια με αυτή του φέροντος (*fc*).
- Απομάκρυνση των ανεπιθύμητων συχνοτήτων φιλτράροντας το γινόμενο με ένα βαθυπερατό φίλτρο.

Αν θεωρήσουμε το διαμορφωμένο σήμα ΑΜ της εξ. 4 , τότε μετά τον πολλαπλασιασμό του με ένα τοπικό σήμα συχνότητας *fc*, το παραγόμενο σήμα θα έχει τη μορφή

$$U(t) = s(t)\cos(2\pi f_c t)$$

$$U(t) = A_c[1 + k_a m(t)]\cos(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c t)$$

$$= \frac{1}{2}A_c[1 + k_a m(t)][1 + \cos(4\pi f_c t)]$$

Όπως εύκολα διαπιστώνεται, στην παραπάνω εξίσωση εμφανίζεται ξανά ο όρος του σήματος *m*(*t*) στην αρχική του μορφή, δηλαδή στην βασική ζώνη συχνοτήτων. Όλες οι υπόλοιπες συνιστώσες βρίσκονται σε συχνότητα *2fc* και μπορούν να απομακρυνθούν με την εφαρμογή κατάλληλου βαθυπερατού φίλτρου.

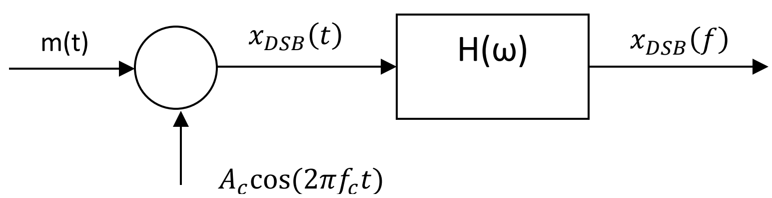
Η αποδιαμόρφωση αφήνεται σαν άσκηση για εσάς!

ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΑΠΛΗΣ ΠΛΕΥΡΙΚΗΣ ΖΩΝΗΣ (SSB)

Όπως έχετε μάθει στη θεωρία, η διαμόρφωση η διαμόρφωση πλάτους και η διαμόρφωση διπλής πλευρικής ζώνης με καταπιεσμένο φέρον απαιτούν εύρος ζώνης μετάδοσης ίσο με το διπλάσιο του εύρους ζώνης πληροφορίας. Και στις δύο περιπτώσεις, το μισό εύρος ζώνης το καταλαμβάνει η άνω πλευρική ζώνη του διαμορφωμένου σήματος και το άλλο μισό η κάτω πλευρική ζώνη. Αλλά η άνω και η κάτω πλευρική ζώνη συνδέονται μοναδικά μεταξύ τους με την ιδιότητα της συμμετρίας γύρω από τη συχνότητα του φέροντος, όπως άλλωστε είδαμε στα προηγούμενα παραδείγματα όταν σχεδιάσαμε το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος. Αυτό σημαίνει ότι θα μπορούσαμε να μεταδώσουμε μία μόνο πλευρική ζώνη χωρίς να χαθεί καμία πληροφορία. Σε αυτή την περίπτωση ο δίαυλος επικοινωνίας χρειάζεται να έχει μόνο το ίδιο εύρος ζώνης με το σήμα βασικής ζώνης, και το σύστημα τότε ονομάζεται σύστημα *απλής πλευρικής ζώνης*, (*single-sideband* SSB).

Το σήμα SSB μπορεί να σχηματιστεί περνώντας το σήμα DSB από ένα **ιδανικό** φίλτρο το οποίο διατηρεί είτε την **πάνω** είτε την **κάτω πλευρική ζώνη**

$$x_{DSB}(f) = \frac{1}{2}A_c[M(f - f_c) + M(f + f_c)]$$



Το ιδανικό φίλτρο που επιλέγει κάθε φορά την επιθυμητή ζώνη είναι , υψηπερατό (highpass) για την άνω πλευρική ζώνη

$$H_u(f) = \begin{cases} 1, |f| > f_c \\ 0, \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon} \end{cases}$$

Και χαμηλοπερατό (lowpass) για την κάτω πλευρική ζώνη

$$H_l(f) = \begin{cases} 1, |f| < f_c \\ 0, \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon} \end{cases}$$

Ας δούμε ένα παράδειγμα στη συνέχεια με ένα σήμα (τετραγωνικός παλμός) στο οποίο αφού κάνουμε διαμόρφωση, με την μέθοδο φιλτραρίσματος παίρνουμε την άνω και την κάτω πλευρική ζώνη.

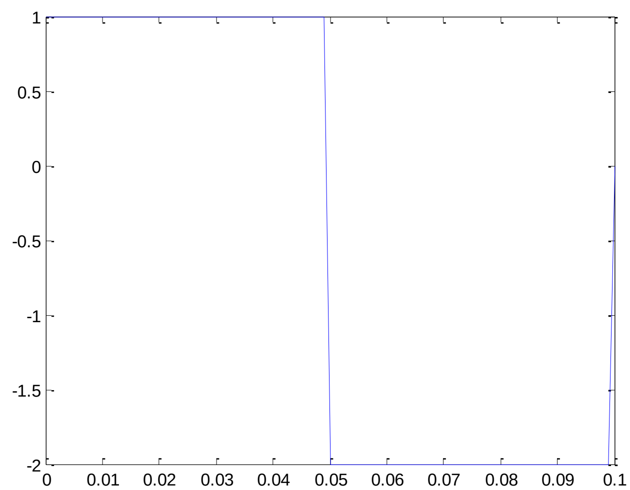
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5

Όπως έχουμε μάθει μέχρι τώρα , κάνουμε ένα καινούριο m-file στο οποίο θα φτιάξουμε μία συνάρτηση για το μοναδιαίο βήμα.

```
function u = us(t)

% us.m - sxediazei mia u(t)

u = 0.*(t<0) + 1.*(t>=0);
```

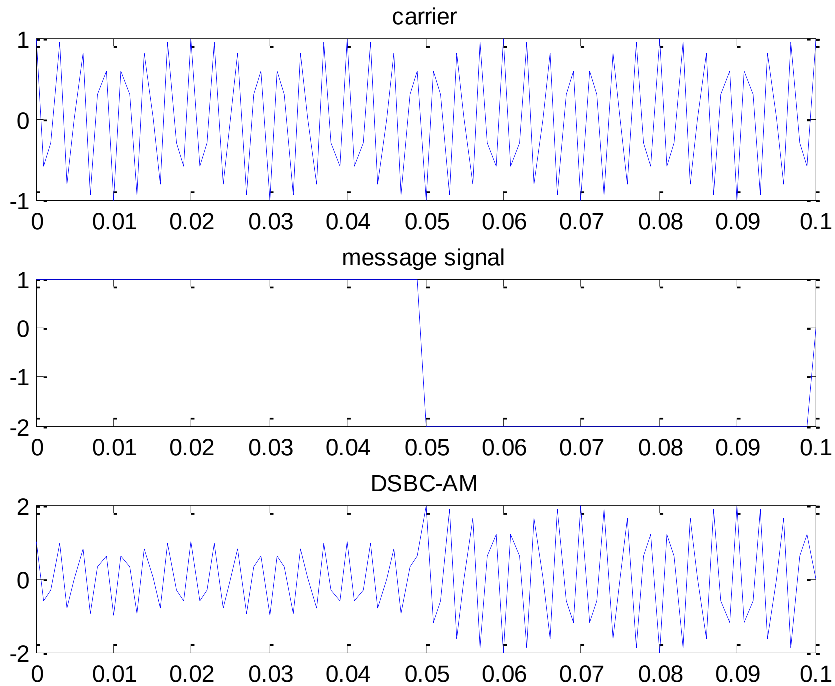
Στη συνέχεια θα φτιάξουμε ένα τετραγωνικό παλμό

```
>> t=0:0.001:0.1;
>> x=us(t)-us(t-0.05)-2.*(us(t-0.05)-us(t-0.1));
>> plot(t,x)
```



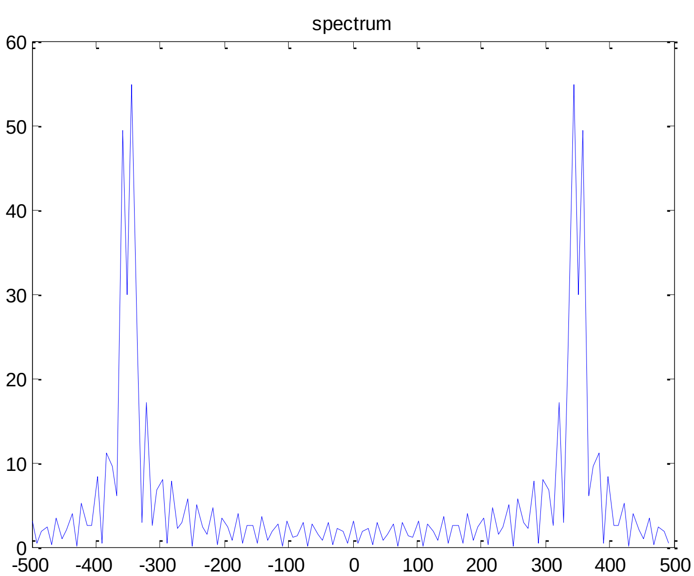
Διαμόρφωση κατά πλάτος

```
>> fo=1000;
>> fc=350;
>> xam=x.*cos(2*pi*fc*t);     %διαμόρφωση
>> subplot(3,1,1);plot(t,cos(2*pi*fc*t));title('carrier')
>> subplot(3,1,2);plot(t,x);title('message signal')
>> subplot(3,1,3);plot(t,xam);title('DSBC-AM')
```



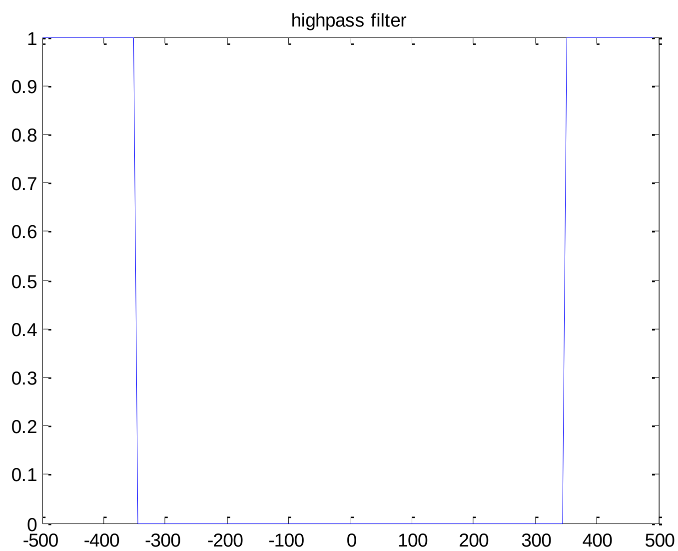
Το φάσμα του διαμορφωμένου

```
>> X=fft(xam,128);
>> freq=-fo./2:(fo./128):fo./2-1./128; %ολίσθηση φάσματος
>> plot(freq,abs(fftshift(X))); %φασμα διαμορφωμένου σήματος
```



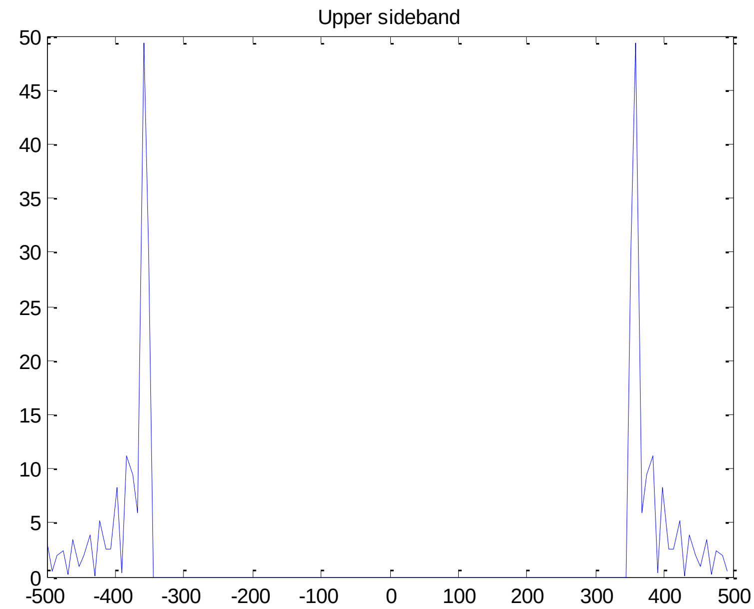
Σχεδιάζουμε ένα απλό υψηπερατό φίλτρο

```
>> filter=us(freq-fc)+us(-(freq+fc)); %σχεδιαζουμε ένα HP
>> %φίλτρο  για να καθαρίσουμε
>> %την άνω πλευρική ζώνη.
>> plot(freq,filter);
>> title('highpass filter')
```



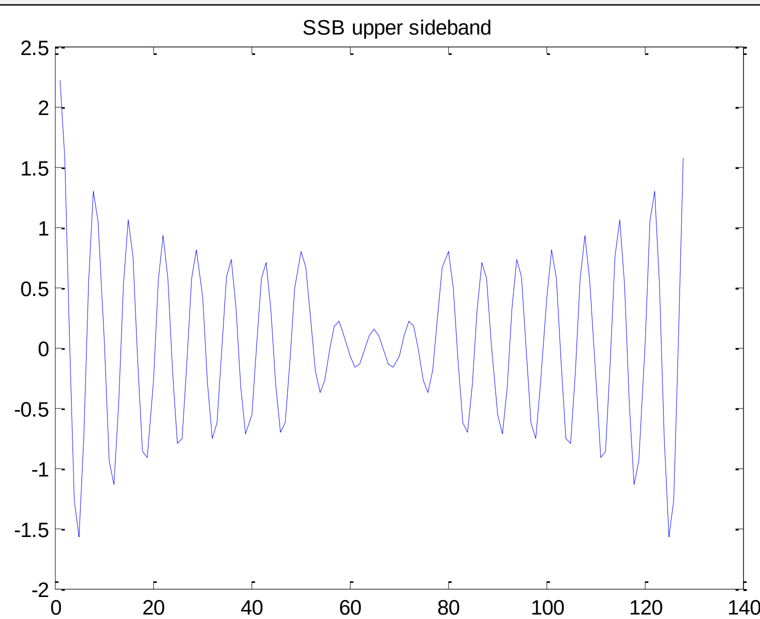
Θα πολλαπλασιάσουμε το φίλτρο με το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος.

```
>> K=abs(fftshift(X));
>> xupper=K.*filter;
>> %πολλαπλασιαζουμε το φιλτρο με το διαμορφωμένο
>> plot(freq,abs(xupper))
>> %παρατηρούμε ότι έχει  μείνει η άνω πλ. ζώνη
>> title('Upper sideband');
```



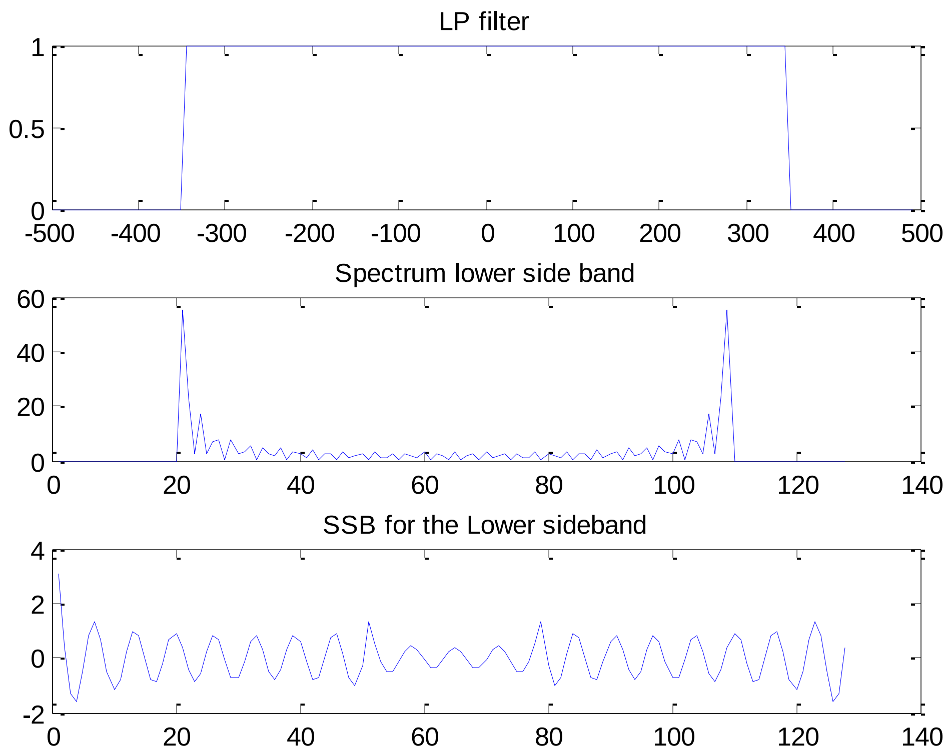
Επιστρέφουμε πάλι στο πεδίο του χρόνου.

```
>> Xusb=real(ifft(xupper));
>> %αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier για να επιστρέψουμε
>> %στο πεδίο του χρόνου
>> plot(Xusb) %διαμορφωμενο SSB για ανω πλευρικη ζωνη
>> title('SSB upper sideband');
```



Ομοίως θα κάνουμε το ίδιο για την κάτω πλευρική ζώνη αυτή τη φορά με ένα χαμηλοπερατό φίλτρο

```
>> filter2=us(freq+fc)-us(freq-fc); %LP φίλτρο για κάτω πλευρικη ζώνη
>>  xlower=K.*filter2; %πολλαπλασιαζουμε το φίλτρο με το διαμορφωμένο
>>  Xlsb=real(ifft(xlower));
>> subplot(3,1,1);plot(freq,filter2);title('LP filter')
>> subplot(3,1,2);plot(abs(xlower));title('Spectrum lower side band')
>> subplot(3,1,3);plot(Xlsb);title('SSB for the Lower sideband')
```



ΤΟ ΣΗΜΑ SSB ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟ HILBERT

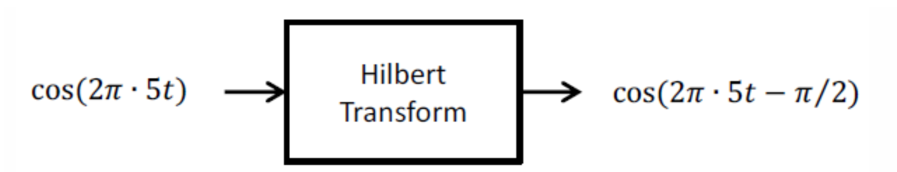
Θα «δανειστούμε» από τη θεωρία σας, την αναπαράσταση ενός σήματος SSB στο πεδίο του χρόνου με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Hilbert. (Να θυμίσουμε εδώ ότι ο μετασχηματισμός Hilbert είναι μία άλλη μέθοδος για τον διαχωρισμό των σημάτων με βάση το περιεχόμενο της συχνότητάς του – ο αρχικός τρόπος που έχετε μάθει για την ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας είναι ο μετασχηματισμός Fourier. Ο μετασχηματισμός Hilbert βασίζεται στην μετατοπίσεις φάσεις μεταξύ σχετικών σημάτων για να πετύχει τον επιθυμητό διαχωρισμό. Συγκεκριμένα οι γωνίες φάσης μετατοπίζονται κατά $\pm 90\ \mu o \acute{\iota} \rho \varepsilon \varsigma$.)

Το σήμα SSB στο πεδίο του χρόνου προκύπτει με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Hilbert ως εξής

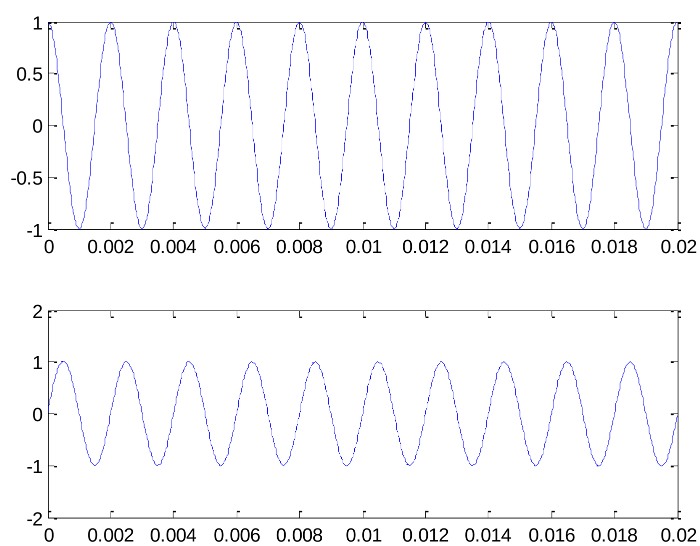
$$x_{DSB}(t) = \frac{Ac}{2}\mathrm{m(t)}\cos(2\pi f_c t) \pm \frac{Ac}{2}\widehat{\mathrm{m(t)}}\sin(2\pi f_c t) \text{ (εξ. 9)}$$

με το αρνητικό πρόσημο να αντιστοιχεί σε μετάδοση άνω πλευρικής ζώνης και το θετικό σε μετάδοση της κάτω πλευρικής.

Ας δούμε με ένα απλό παράδειγμα την μετατόπιση φάσης σε ένα συνημίτονο

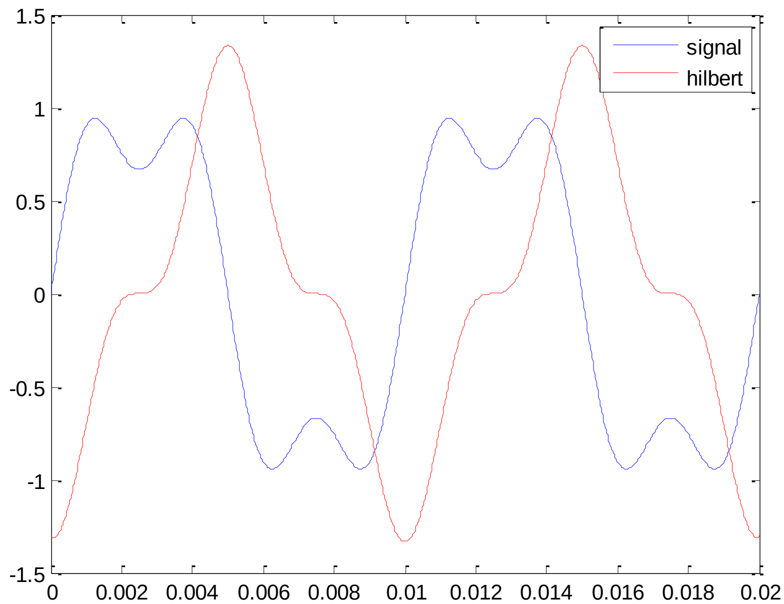



```
>> fc=100;
>> t = [0:0.02:20]*1e-3;  % Vector of time instants.
>> signal=cos(2*pi*fc*5*t);
>> H1=imag(hilbert(signal)); %δείτε help hilbert
>> subplot(2,1,1);plot(t,signal);
>> subplot(2,1,2);plot(t,H1);
```



Ο μετασχηματισμός Hilbert ενός σήματος δεν «μοιάζει» κατά ανάγκη με το αρχικό σήμα…αυτό συμβαίνει μόνο σε ημιτονικά σήματα με ένα τόνο.

```
>> fc=100;
>> t = [0:0.02:20]*1e-3;
>> s=sin(2*pi*fc*t)+1/3*sin(2*pi*3*fc*t);
>> H=imag(hilbert(s));
>> figure;plot(t,s);hold on;plot(t,H,'r');
>> legend('signal','hilbert')
```



Με τη ίδια λογική με την οποία δείξαμε πως παίρνουμε ένα SSB διαμορφωμένο σήμα για την άνω και την κάτω πλευρική ζώνη, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξ. 9 αυτή τη φορά για να κάνουμε το ίδιο χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό Hilbert. Αλλά αυτό ας το αφήσουμε να το σκεφτείτε εσείς!

ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ FM

Το πλάτος του φέροντος είναι σταθερό αλλά η γωνία του μεταβάλλεται σύμφωνα μα το σήμα βασικής ζώνης. Έτσι προκύπτει η διαμόρφωση συχνότητας και η διαμόρφωση φάσης.

Συμβολίζουμε θ(t) τη γωνία ενός διαμορφωμένου ημιτονικού φέροντος που είναι συνάρτηση της πληροφορίας.

$$s(t) = A_c \cos(\theta_i(t))$$

Προκειμένου να γράψουμε την έκφραση για το διαμορφωμένο σήμα FM πρέπει να λάβουμε υπ' όψη τη σχέση της φάσης με τη συχνότητα ,

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta_i t}{dt}$$

Στην απλή περίπτωση $\theta_i(t) = 2\pi f_c t + \varphi_c$ (εδώ θεωρούμε $\varphi_c = 0$)

Όπως έχετε δει στην θεωρία , υπάρχουν άπειροι τρόποι με τους οποίους μπορεί να μεταβάλλεται η γωνία θ(t) σύμφωνα με το σήμα βασικής ζώνης. Ωστόσο θα εξετάσουμε τους πιο κοινά χρησιμοποιούμενους που είναι

Διαμόρφωση φάσης (PM), είναι η μορφή διαμόρφωσης όπου η γωνία θ(t) μεταβάλλεται γραμμικά με το σήμα βασικής ζώνης m(t) όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + k_p m(t) \text{ (εξ. 8)}$$

Όπου ο όρος $2\pi f_c t$ παριστάνει τη γωνία του αδιαμόρφωτου φέροντος, και η σταθερά k_p ονομάζεται ευαισθησία φάσης του διαμορφωτή (rad/volt) . Επομένως η διαμορφωμένη κατά φάση κυματομορφή γράφεται

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m(t)] \text{ (εξ. 9)}$$

Διαμόρφωση συχνότητας (FM) , είναι η διαμόρφωση γωνίας στην οποία η στιγμιαία συχνότητα f(t) μεταβάλλεται γραμμικά με το σήμα βασικής ζώνης m(t) , δηλαδή

$$f_i(t) = f_c + k_f m(t) \text{ (εξ. 10)}$$

Ο όρος f_c παριστάνει τη συχνότητα του αδιαμόρφωτου φέροντος και η σταθερά k_f ονομάζεται ευαισθησία συχνότητας (hertz/volt) . Ολοκληρώνοντας την εξ. 9 ως προς το χρόνο και πολλαπλασιάζοντας με 2π παίρνουμε

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \text{ (εξ. 11)}$$

Η διαμορφωμένη κατά συχνότητα FM περιγράφεται επομένως ως εξής

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau] \text{ (εξ. 12)}$$

Όπως θα δούμε και στη συνέχεια, το να εξαρτάται η γωνία $\theta_i(t)$ από το σήμα πληροφορίας m(t) όπως στην εξ. 8 ή το ολοκλήρωμά του στην εξ. 11, είναι ότι οι μηδενισμοί (zero crossings) μίας κυματομορφής PM ή FM δεν έχουν απόλυτη ακρίβεια στις αποστάσεις τους. Οι μηδενισμοί αναφέρονται στις χρονικές στιγμές που η τιμή της κυματομορφής αλλάζει από αρνητική σε θετική ή αντίστροφα. Αυτό είναι ένα σημαντικό χαρακτηριστικό που ξεχωρίζει τις PM ή FM κυματομορφές από τις AM. Μία άλλη σημαντική παρατήρηση είναι ότι η περιβάλλουσα της PM ή FM είναι σταθερή (ίση με το πλάτος του φέροντος, ενώ η περιβάλλουσα της AM εξαρτάται από το σήμα πληροφορίας.

Επειδή η διαμόρφωση FM είναι πιο πολύπλοκη από την AM, θεωρούμε αρχικά ένα ημιτονικό σήμα διαμόρφωσης , δηλαδή παίρνουμε την πιο απλή περίπτωση,, αυτής της διαμόρφωσης από απλό τόνο.

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

Οπότε η εξ. 10 γίνεται

$$f_i(t) = f_c + k_f A_m \cos(2\pi f_m t)$$

$$f_i(t) = f_c + \Delta_f \cos(2\pi f_m t) \quad \text{(εξ. 13)}$$

$\Delta_f = k_f A_m$ λέγετε *απόκλιση συχνότητας*, ανάλογη του πλάτους του σήματος διαμόρφωσης και ανεξάρτητη της συχνότητάς του.

Χρησιμοποιώντας της εξ. 13, η γωνία θ(t) είναι

$$\theta_i(t) = 2\pi \int_0^t f(\tau) d\tau = 2\pi f_c t + \frac{\Delta_f}{f_m} \sin(2\pi f_m t)$$

Ονομάζουμε $\beta = \frac{\Delta_f}{f_m}$ και η κυματομορφή FM δίνεται από τον τύπο

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$$

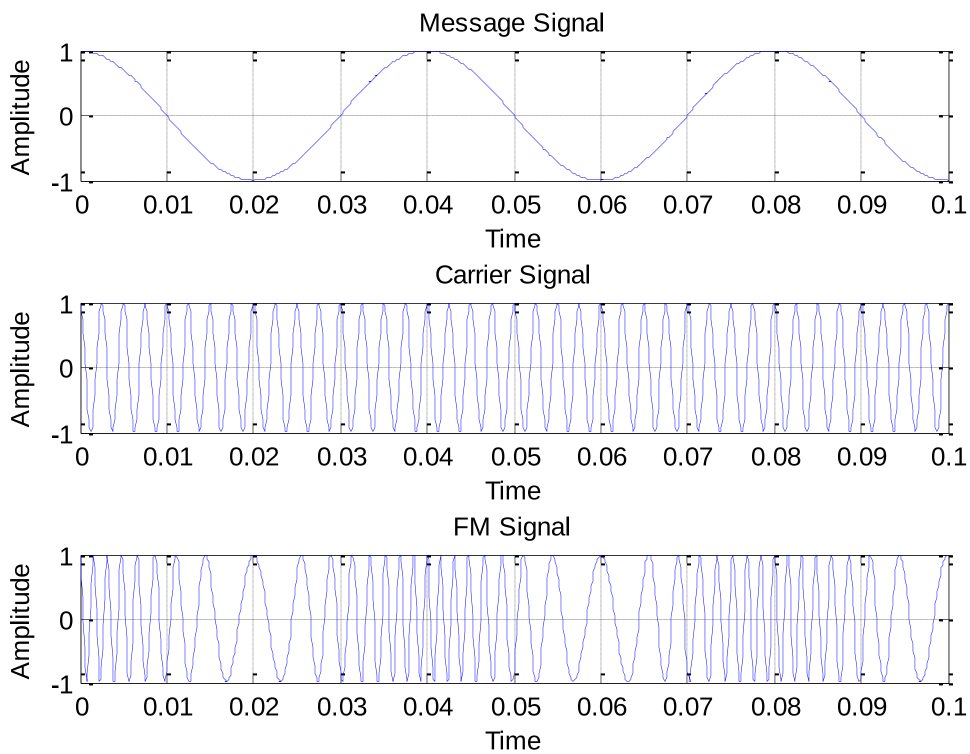
Επειδή $\Delta_f = k_f A_m$, τότε $k_f = f_m \beta$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

```
>> fm=25;
>> fc=400;
>> t=0:0.0001:0.1;
>> m=cos(2*pi*fm*t);
>> c=cos(2*pi*fc*t);
>> subplot(3,1,1);
>> plot(t,m);
>> xlabel('Time');
>> ylabel('Amplitude');
>> title('Message Signal');
>> grid on;
>> subplot(3,1,2);
>> plot(t,c);
>> xlabel('Time');
>> ylabel('Amplitude');
>> title('Carrier Signal');
>> grid on;
```

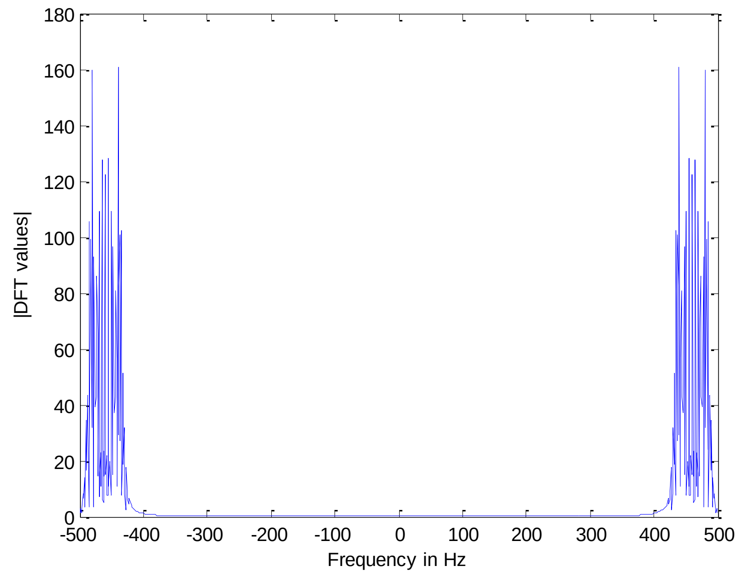
```
>> beta=10;
>> y=cos(2*pi*fc*t+(beta.*sin(2*pi*fm*t)));
>> subplot(3,1,3);
>> plot(t,y);
>> xlabel('Time');
>> ylabel('Amplitude');
>> title('FM Signal');
>> grid on;
```

Για μία τιμή του συντελεστή β το αποτέλεσμα φαίνεται παρακάτω. Μπορείτε να δοκιμάσετε διάφορες τιμές του β και να μελετήσετε διάφορες περιπτώσεις διαμόρφωσης συχνότητας.



Ας δούμε τι γίνετε στο πεδίο των συχνοτήτων

```
>> X=abs((fft(y)));
>> %by default The x-axis runs from 0 to N-1
>> NFFT=length(X); %learn how many points are in the resulted fft signal
>> fVals=fs*(-NFFT/2:NFFT/2-1)/NFFT;
>> %we split with N/2 to take both sides of the FFT
>> %the normalized frequency axis is multiplied by the sampling rate
>> %the frequency axis (x-axis) is normalized to unity. Just divide the sample
>> %index on the x-axis by the length N of the FFT
>> figure;plot(fVals,X)
>> xlabel('Frequency in Hz');
>> ylabel('|DFT values|');
```



Επιπλέον σας παροτρύνουμε να δείτε τι συμβαίνει και με το φάσμα στην περίπτωση που αλλάζουμε την τιμή του συντελεστή β. Παρατηρήστε ότι το φάσμα της κυματομορφής FM περιέχει μία συνιστώσα που οφείλετε στο φέρον και ένα άπειρο σύνολο πλευρικών συχνοτήτων που τοποθετούνται συμμετρικά εκατέρωθεν του φέροντος , σε διαστήματα συχνότητας $f_m, 2f_m, 3f_m$.

Στην ειδική περίπτωση που το β είναι μικρό συγκρινόμενο με τη μονάδα τότε η κυματομορφή FM αποτελείτε από ένα μόνο ζευγάρι πλευρικών συχνοτήτων $f_c \pm f_m$