



# Κ21 - Συστήματα Επικοινωνιών

4<sup>ο</sup> Εξάμηνο

Τομέας Γ' / Τμήμα Πληροφορικής και Επικοινωνιών  
ΕΚΠΑ 2024-2025

Διαμόρφωση ΑΜ

Γιώργος Κανέλλος



Επίκουρος Καθηγητής  
Τμήμα Πληροφορικής και Επικοινωνιών  
Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών  
[gtkanellos@di.uoa.gr](mailto:gtkanellos@di.uoa.gr)

# Συστήματα Επικοινωνιών

- 1 Επικοινωνίες και Διαμόρφωση Κύματος
- 2 Διαμόρφωση Πλάτους (AM)
  - Συμβατικό AM
  - Διαμορφωτής και Αποδιαμορφωτής AM
  - Η Παραλλαγή DSB-AM-SC
  - Η Παραλλαγή SSB-AM
  - Η Παραλλαγή VSB-AM



## Δίαυλοι επικοινωνίας

Σκοπός ενός συστήματος επικοινωνιών είναι η αξιόπιστη μετάδοση πληροφορίας μεταξύ ενός αποστολέα κι ενός παραλήπτη. Παραδείγματα διαύλων επικοινωνίας:

- *Ο αέρας ή το κενό:* π.χ. στις ασύρματες επικοινωνίες, όπου η πληροφορία μεταφέρεται με τη μορφή ΗλεκτροΜαγνητικών (H/M) κυμάτων. Λαμβάνουν χώρα σημαντικές απώλειες διαδρομής (νόμος του Friis).
- *Ομοαξονικό καλώδιο:* χρησιμοποιείται στα ενσύρματα δίκτυα υπολογιστών, δίκτυα τηλεόρασης (π.χ. το καλώδιο που συνδέει μια τηλεόραση με την κεραία της).
- *Οπτική ίνα:* η μεταφορά πληροφορίας γίνεται μέσω δεσμών φωτός, επιτυγχάνεται υψηλές ταχύτητες μετάδοσης. Περιορισμένος κίνδυνος υποκλοπής της πληροφορίας.



## Διαμόρφωση

- Η πληροφορία στα συστήματα επικοινωνιών εμφανίζεται κυρίως με τη μορφή σημάτων βασικής ζώνης.
- Για τη μετάδοση σημάτων βασικής ζώνης μέσω Η/Μ κυμάτων απαιτείται η μετατόπιση του σήματος σε υψηλότερη ζώνη συχνοτήτων.
- Η διαδικασία της *διαμόρφωσης* αφορά την αντιστοίχιση της πληροφορίας του σήματος βασικής ζώνης σε ένα χαρακτηριστικό του προς μετάδοση ζωνοπερατού σήματος (πλάτος ή/και φάση).



## Ανάγκη για Διαμόρφωση

- *Πολυπλεξία (Multiplexing)*: ταυτόχρονη πρόσβαση σε κοινό δίαυλο επικοινωνίας από πολλούς χρήστες, χρησιμοποιώντας διαφορετική διαμόρφωση για τον καθένα.
- Το μέγεθος μιας κεραίας εκπομπής Η/Μ κυμάτων εξαρτάται από την επιθυμητή συχνότητα της εκπομπής. Συγκεκριμένα, η κεραία είναι συνήθως της τάξης μεγέθους μισού μήκους κύματος. Π.χ. για της μετάδοση ενός σήματος εύρους ζώνης 20 KHz (ανθρώπινο ακουστικό φάσμα), το μήκος της κεραίας πρέπει να είναι:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/sec}}{2 \times 10^4 \text{ Hz}} = 7.5 \text{ km.}$$



## Αναλογικές Επικοινωνίες

Στις αναλογικές επικοινωνίες η διαμόρφωση λαμβάνει χώρα σε συνεχή μορφή και το σήμα πληροφορίας (έστω το  $m(t)$ ) καθορίζει παραμέτρους του φέροντος σήματος (*carrier signal*) (συνήθως, το  $c(t) \triangleq \cos(2\pi f_c t)$ ).

- Διαμόρφωση πλάτους (*AM: Amplitude Modulation*), το προς μετάδοση σήμα πληροφορίας  $m(t)$  ενσωματώνεται στην περιβάλλουσα  $V(t)$  του φέροντος σήματος  $c(t)$ . Δηλαδή, το  $m(t)$  εμφανίζεται στο πλάτος του διαμορφωμένου σήματος  $x(t)$ .
- Διαμόρφωση γωνίας (*PM: Phase Modulation*), η πληροφορία αποτυπώνεται στη γωνία του διαμορφωμένου σήματος  $x(t)$  μέσω της μεταβολής της συχνότητας ή της φάσης του.



# Ψηφιακές Επικοινωνίες

Στις ψηφιακές επικοινωνίες η πληροφορία διακριτοποιείται και μεταδίδονται διακριτές κυματομορφές που αντιστοιχούν στα διαφορετικά διακριτά σήματα πληροφορίας, τα οποία καθορίζονται από το σχήμα ψηφιακής διαμόρφωσης.

- Διαμόρφωση ολίσθησης πλάτους PAM (*PSM: Pulse Amplitude Modulation*), πρόκειται για τη ψηφιακή εκδοχή της αναλογικής διαμόρφωσης πλάτους.
- Διαμόρφωση ολίσθησης φάσης PSK (*PSK: Phase Shift Keying*), πρόκειται για τη ψηφιακή εκδοχή της αναλογικής διαμόρφωσης γωνίας.
- Ορθογώνια διαμόρφωση πλάτους (*QAM: Quadrature Amplitude Modulation*), πρόκειται για τη ψηφιακή εκδοχή του συνδυασμού διαμόρφωσης πλάτους και γωνίας.





## 1 Επικοινωνίες και Διαμόρφωση Κύματος

### 2 Διαμόρφωση Πλάτους (AM)

- Συμβατικό AM
- Διαμορφωτής και Αποδιαμορφωτής AM
- Η Παραλλαγή DSB-AM-SC
- Η Παραλλαγή SSB-AM
- Η Παραλλαγή VSB-AM

## Τεχνικές Αναλογικής Διαμόρφωσης Πλάτους

Το AM αποτελείται από τις τεχνικές διαμόρφωσης:

- Διπλής πλευρικής ζώνης με συνολικό φέρον (DSB-AM-TC) ή συμβατικό AM.
- Διπλής πλευρικής ζώνης με κατηργημένο φέρον (DSB-AM-SC).
- Μονής πλευρικής ζώνης (SSB-AM).
- Μονής πλευρικής ζώνης με κατάλοιπο (VSB-AM).

## Σήμα AM

- Το πλάτος του διαμορφωμένου σήματος μεταβάλλεται με *συνεχή* τρόπο και *γραμμικά* σε σχέση με το πλάτος του σήματος πληροφορίας.
- Αν  $m(t)$  είναι το σήμα πληροφορίας, τότε το διαμορφωμένο σήμα  $x(t)$  έχει τη μορφή:

$$x(t) = (A_c + m(t)) \cos(2\pi f_c t).$$

- $A_c$  και  $f_c$  υποδηλώνουν το πλάτος και τη συχνότητα του φέροντος, το οποίο γενικώς έχει τη μορφή:

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t).$$

- Σημείωση: Ο όρος  $A_c$  δεν αποτελεί μέρος της πληροφορίας, αλλά βοηθά στην αποδιαμόρφωση.



## Αναπαράσταση Ζωνοπερατού Σήματος AM

- Σύμφωνα με τον ορισμό του πρακτικά υλοποιήσιμου ζωνοπερατού σήματος  $x(t)$  και της μιγαδικής περιβάλλουσας  $g(t)$  ισχύει:

$$x(t) = \underbrace{(A_c + m(t))}_{g(t) \triangleq V(t)e^{j\theta(t)} = x_I(t) + jx_Q(t)} \cos(2\pi f_c t),$$

απ'όπου προκύπτει ότι:

- $x_I(t) = A_c + m(t)$  και  $x_Q(t) = 0$ .
  - $V(t) = \sqrt{x_I^2(t) + x_Q^2(t)} = |A_c + m(t)|$ .
  - $\theta(t) = \tan^{-1} \left( \frac{x_Q(t)}{x_I(t)} \right) = 0$ .
- Προφανώς, το  $V(t)$  ( $\equiv g(t)$ ) του  $x(t)$  περιέχει την επιθυμητή πληροφορία.



## Υπερδιαμόρφωση AM

- Όταν ισχύει  $x_I(t) = A_c + m(t) < 0$  εμφανίζεται το φαινόμενο της υπερδιαμόρφωσης (*overmodulation*), δηλαδή παραμορφώνεται η περιβάλλουσα του  $x(t)$ .
- Στην περίπτωση αυτή, η περιβάλλουσα του  $x(t)$  δε μεταβάλλεται σύμφωνα με το  $m(t)$  (σκοπός επιθυμητής διαμόρφωσης), οδηγώντας σε μη αξιόπιστη ανίχνευση του  $m(t)$  στο δέκτη (στην περίπτωση δέκτη ασύμφωνης αποδιαμόρφωσης).
- Πρακτικά, όταν ισχύει  $x_I(t) = A_c + m(t) < 0$ , η πληροφορία μεταφέρεται ανεστραμμένη.



## Δείκτης Διαμόρφωσης AM

- Ως δείκτης διαμόρφωσης (*modulation index*) ορίζεται:

$$\mu = \frac{|\min m(t)|}{A_c}.$$

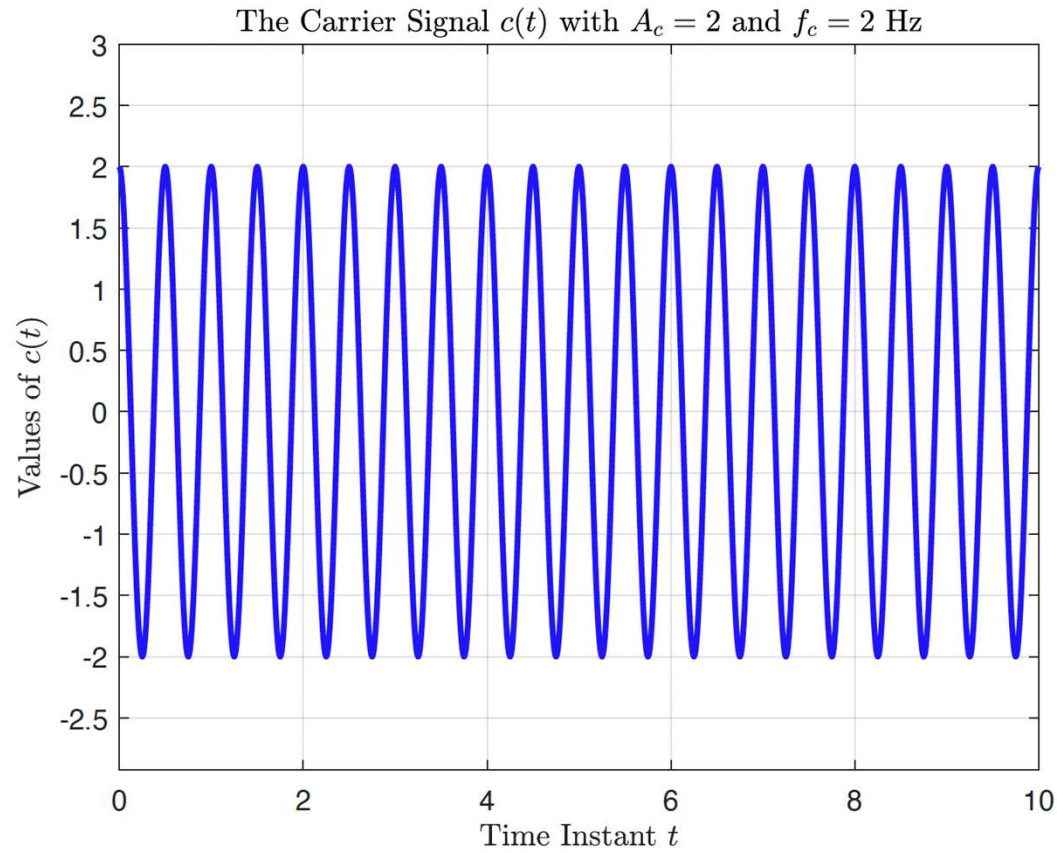
- Για να αποφευχθεί το φαινόμενο της υπερδιαμόρφωσης πρέπει:

$$A_c + \min m(t) \geq 0$$

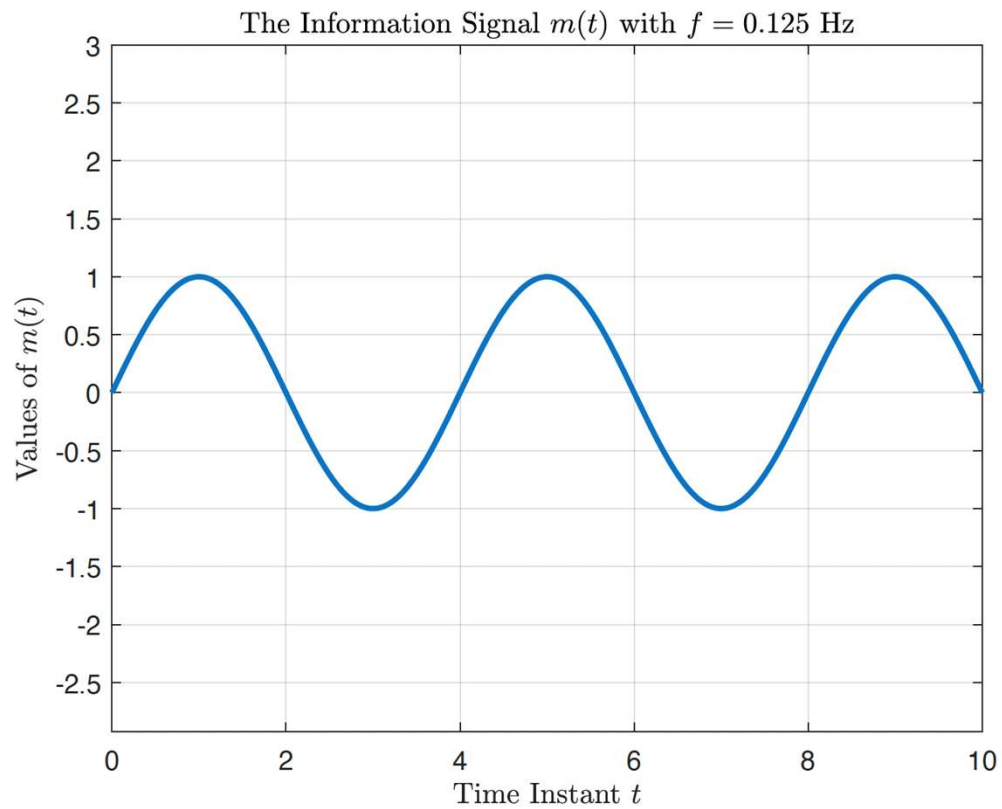
- Προφανώς, για  $\min m(t) > 0$  δεν υφίσταται ενδεχόμενο υπερδιαμόρφωσης μιας και  $A_c > 0$ .
- Για  $\min m(t) < 0$  θα πρέπει να ισχύει για το  $\mu$ :

$$\begin{aligned} A_c + \min m(t) \geq 0 &\Rightarrow A_c \geq -\min m(t) \Rightarrow \\ -\frac{\min m(t)}{A_c} &\leq 1 \Rightarrow \frac{|\min m(t)|}{A_c} \leq 1 \Rightarrow \mu \leq 1 \end{aligned}$$

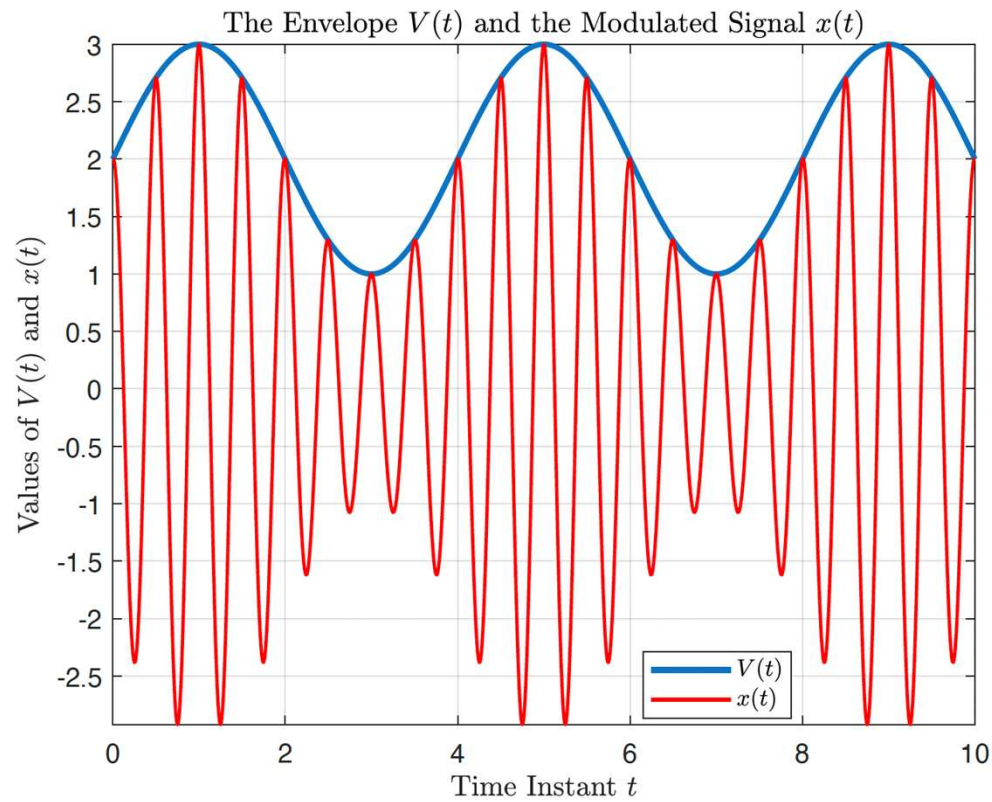
Το Φέρον  $c(t) = 2 \cos(4\pi t)$



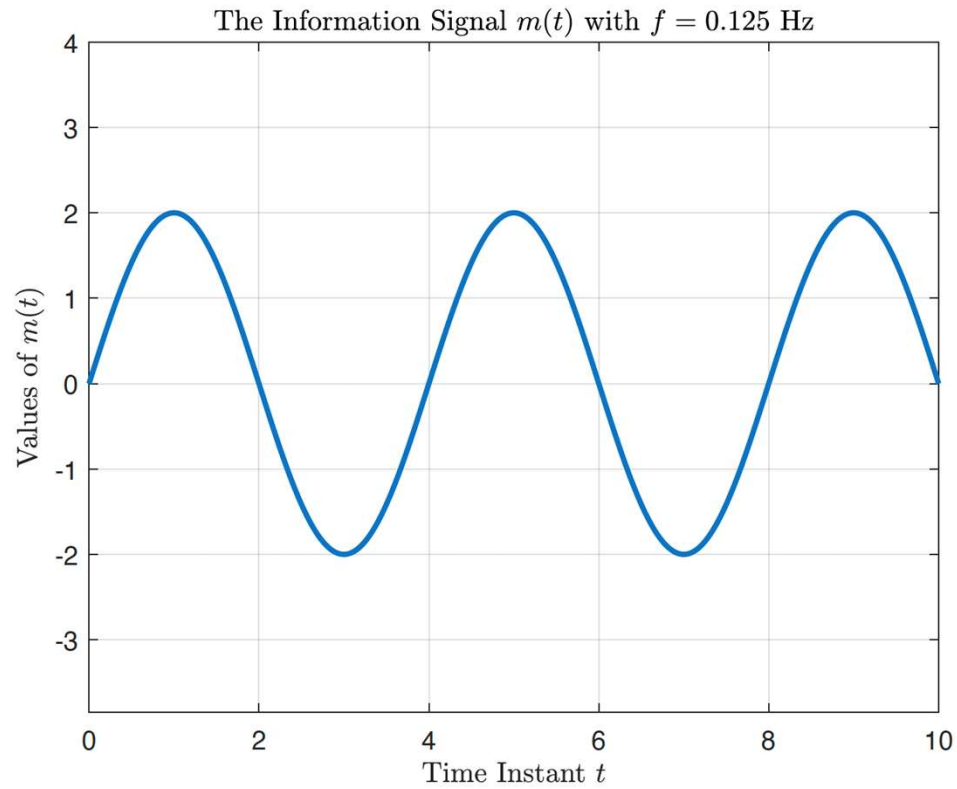
Το Σήμα Πληροφορίας  $m(t) = \cos(0.25\pi t)$



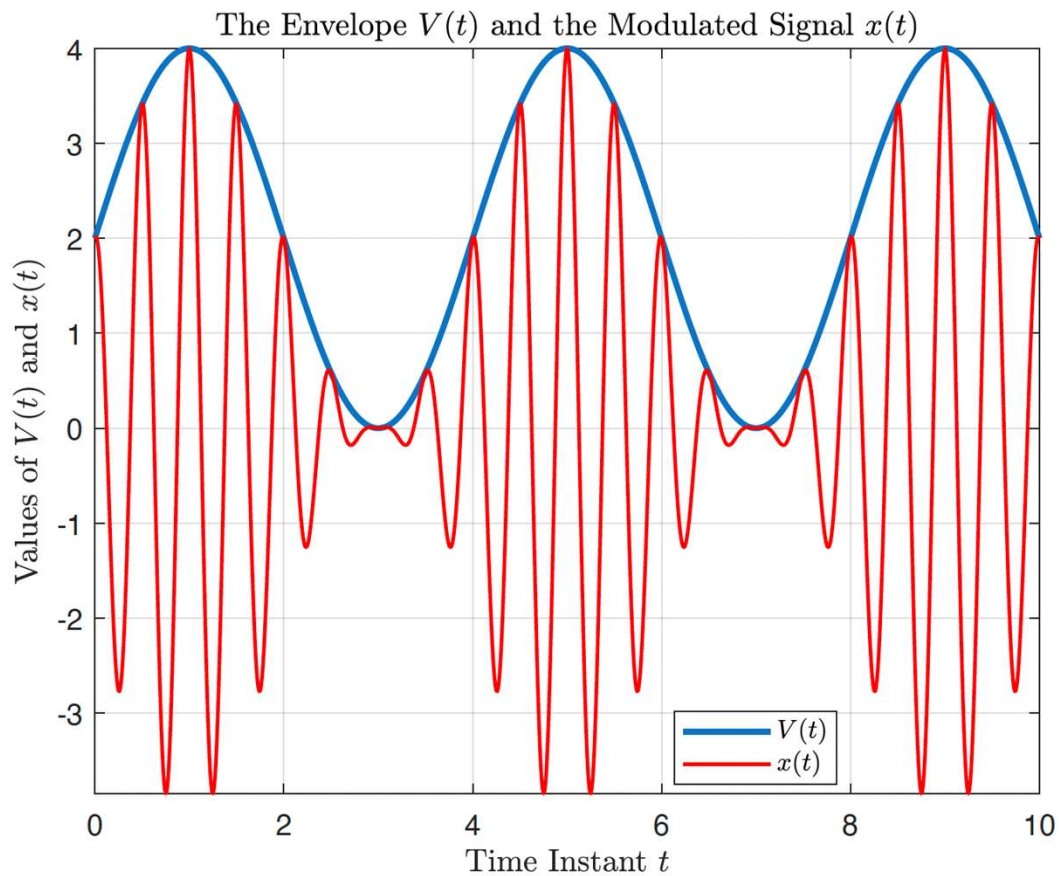
## Υποδιαμόρφωση AM ( $\mu = 0.5$ )



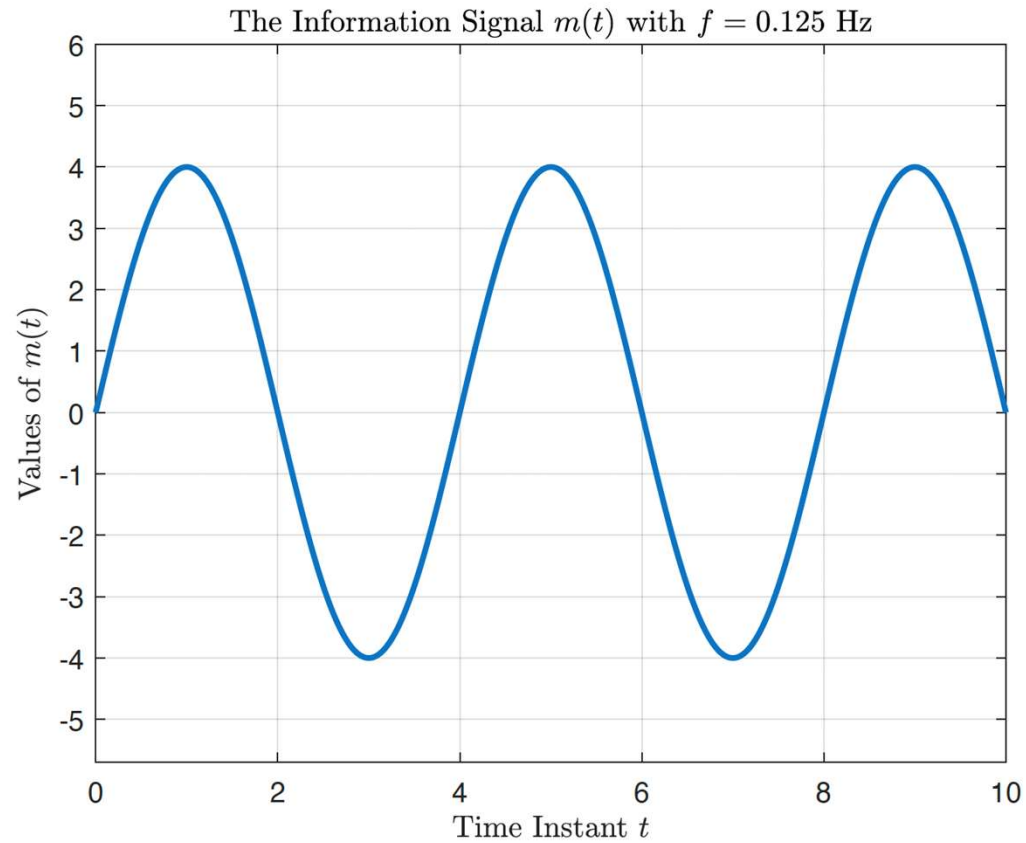
# Το Σήμα Πληροφορίας $m(t) = 2 \cos(0.25\pi t)$



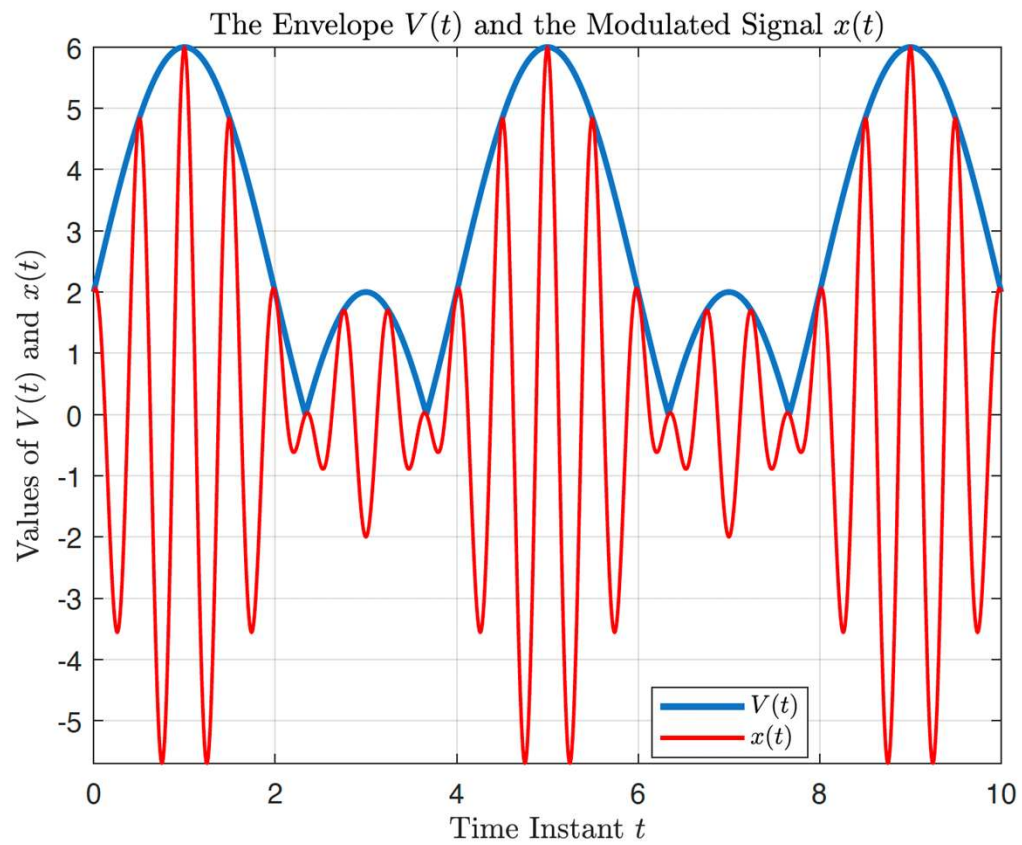
# Τέλεια Διαμόρφωση AM ( $\mu = 1$ )



# Το Σήμα Πληροφορίας $m(t) = 4 \cos(0.25\pi t)$

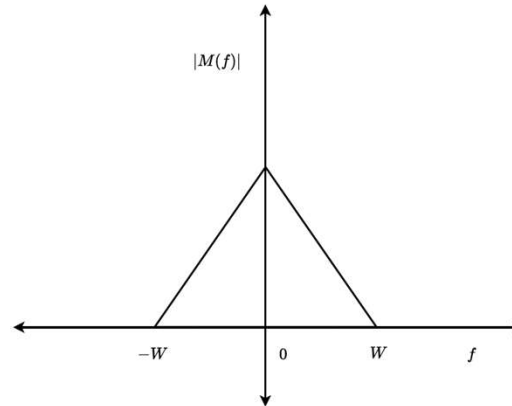


# Υπερδιαμόρφωση AM ( $\mu = 2$ )



## Φασματικό Περιεχόμενο Σήματος AM (1/2)

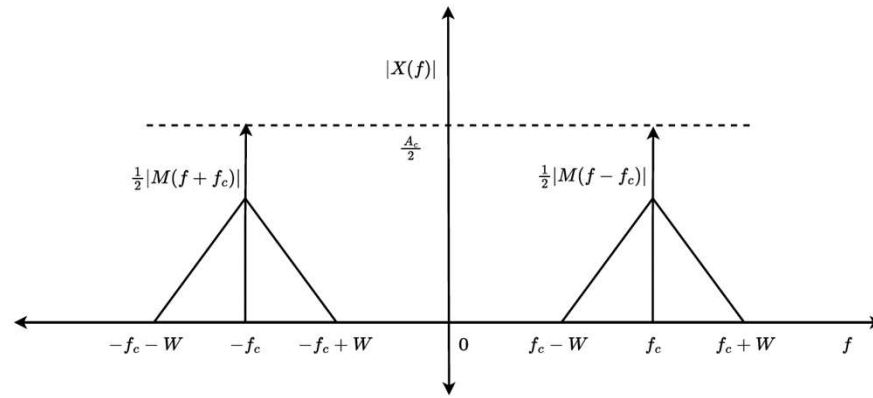
- Έστω το φασματικό περιεχόμενο του σήματος πληροφορίας  $m(t)$ :



- Ο μετασχηματισμός Fourier διαμορφωμένου κατά AM σήματος  $x(t)$ :

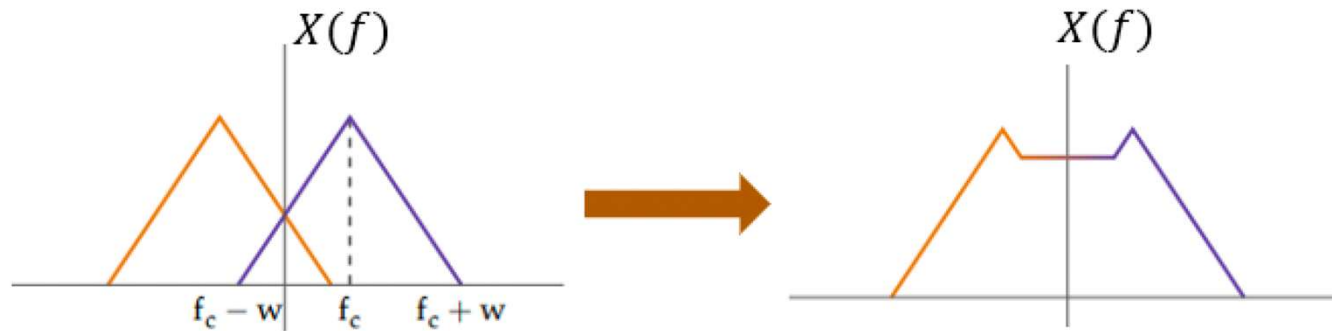
$$\begin{aligned} X(f) &= \mathcal{F}\{(A_c + m(t)) \cos(2\pi f_c t)\} \\ &= \mathcal{F}\{A_c \cos(2\pi f_c t)\} + \mathcal{F}[m(t) \cos(2\pi f_c t)] \\ &= \frac{A_c}{2} (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) + \frac{1}{2} M(f) * (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) \\ &= \frac{A_c}{2} (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) + \frac{1}{2} (M(f - f_c) + M(f + f_c)) \end{aligned}$$

## Φασματικό Περιεχόμενο Σήματος AM (2/2)



- Πρόκειται για δίπλευρο φάσμα.
- Οι αρνητικές συχνότητες δεν έχουν φυσική σημασία. Προκύπτουν από τον αρνητικό εκθέτη:  $\cos(2\pi f_c t) = \frac{e^{j2\pi f_c t} + e^{-j2\pi f_c t}}{2}$ .
- Σημαντικό ποσοστό της ισχύος του  $x(t)$  οφείλεται στο πλάτος  $A_c$  του φέροντος κι όχι στο σήμα πληροφορίας  $m(t)$ .
- Εύρος ζώνης του  $x(t)$ :  $f_c + W - (f_c - W) = 2W$  (διπλάσιο από του  $m(t)$ ).

## Το φαινόμενο της Παραμόρφωσης (1/2)



- Όταν το  $f_c < W$ , οι δύο πλευρές του φάσματος  $X(f)$  επικαλύπτονται.
- Για την αποφυγή αυτού του φαινομένου στην πράξη χρειάζεται το  $f_c \gg W$ .

## Ημιτονοειδές Σήμα Πληροφορίας

- Έστω το σήμα πληροφορίας:  $m(t) = \alpha \cos(2\pi f_m t)$  με  $f_m \ll f_c$ .
- Το διαμορφωμένο σήμα κατά AM  $x(t)$  προκύπτει ως:

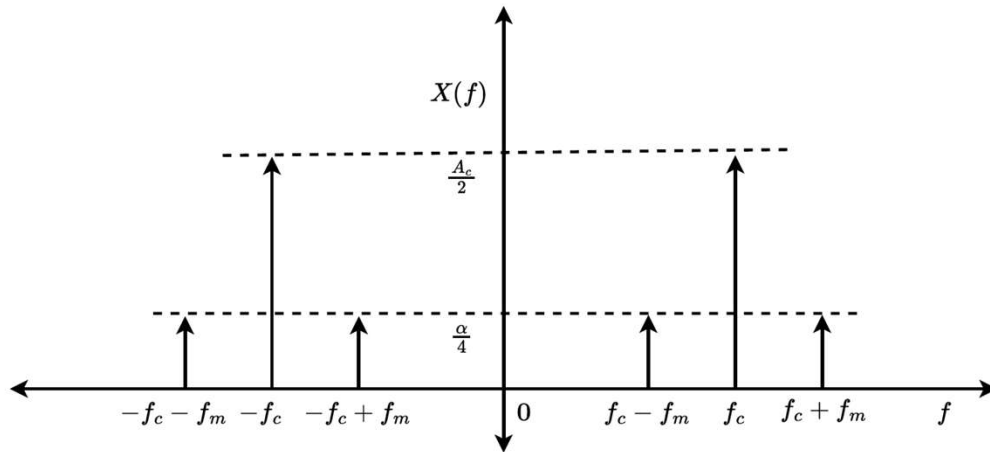
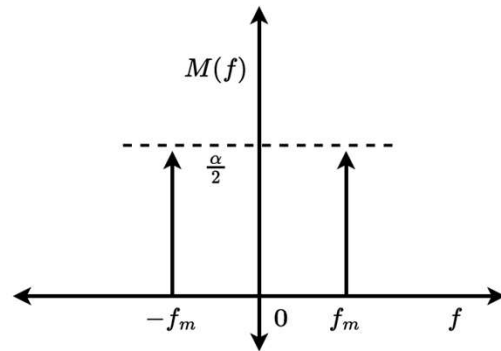
$$x(t) = (A_c + \alpha \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_c t).$$

- Το φασματικό περιεχόμενο του  $x(t)$  είναι:

$$X(f) = \frac{A_c}{2} (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) + \frac{\alpha}{4} (\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f - f_c - f_m)) + \frac{\alpha}{4} (\delta(f + f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m)).$$



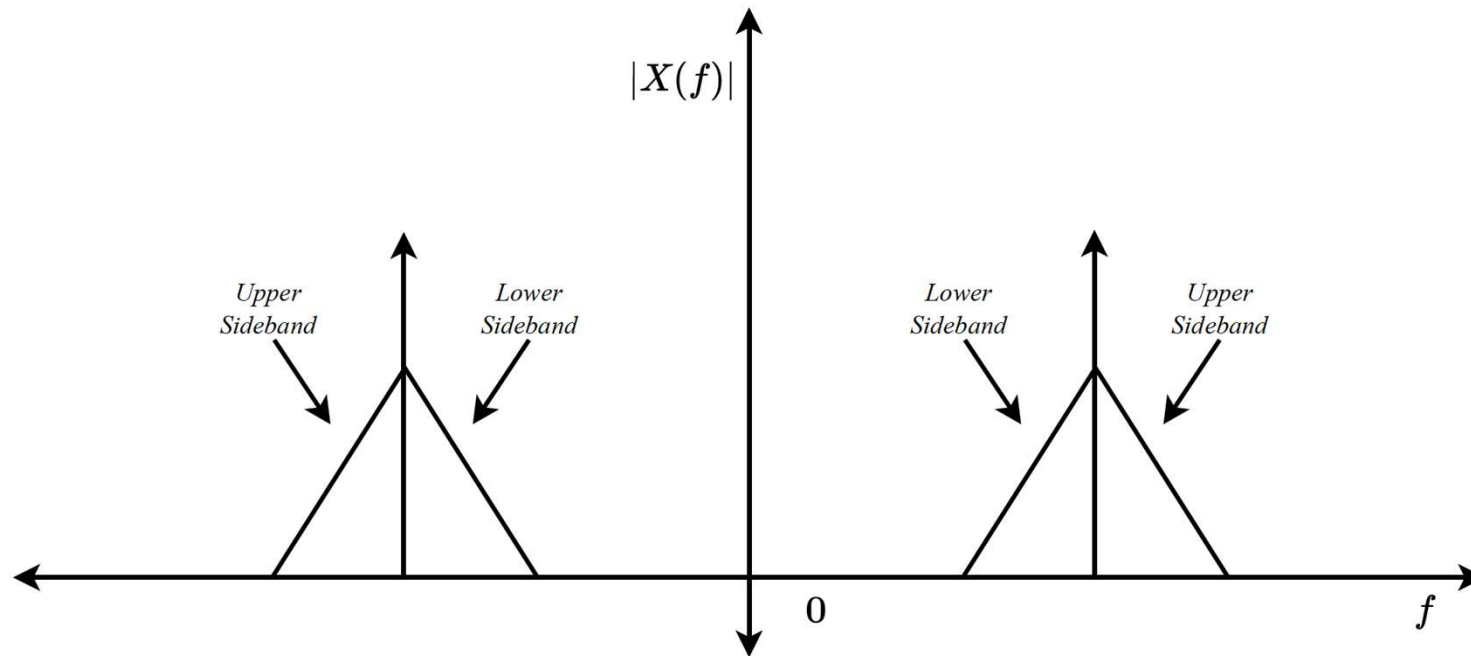
## Αναπαράσταση των $M(f)$ και $X(f)$



## Χαρακτηριστικά του $X(f)$

- Το εύρος ζώνης του  $m(t)$  είναι:  $W = f_m - 0 = f_m$ .
- Το εύρος ζώνης του  $x(t)$  είναι:  $(f_c + f_m) - (f_c - f_m) = 2f_m = 2W$ .
- Άνω Πλευρική ζώνη (*Upper Sideband*)  $|f| > f_c$ : στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι το  $\frac{\alpha}{4}(\delta(f - (f_c + f_m)) + \delta(f + f_c + f_m))$ .
- Κάτω Πλευρική ζώνη (*Lower Sideband*)  $|f| < f_c$ : στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι το  $\frac{\alpha}{4}(\delta(f - (f_c - f_m)) + \delta(f + f_c - f_m))$ .

# Πλευρικές Ζώνες Σήματος AM



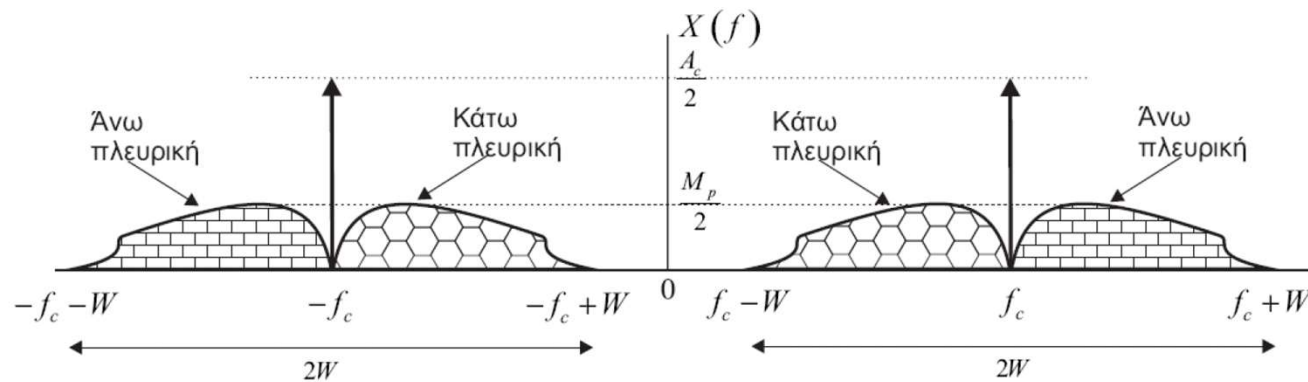
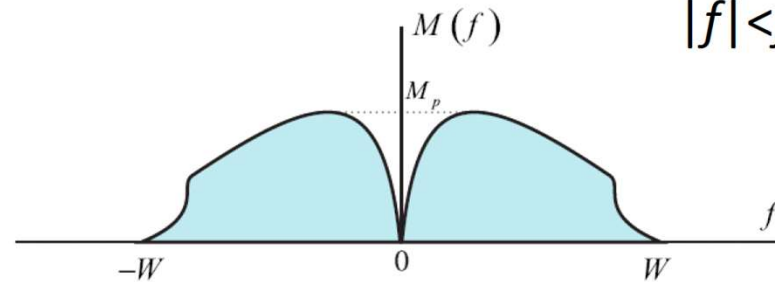
# Πλευρικές Ζώνες Σήματος AM

Άνω πλευρική ζώνη  
(Upper side band)

$$|f| > f_c$$

Κάτω πλευρική ζώνη  
(Lower side band)

$$|f| < f_c$$



## Ισχύς Σήματος AM (1/2)

- Έστω η περιβάλλουσα του  $x(t)$ :  $V(t) = |A_c + m(t)|$ .
- Αν  $\mathcal{S}_V(f)$  η ΦΠΙ του  $V(t)$ , η ΦΠΙ του  $x(t) = V(t) \cos(2\pi f_c t)$  προκύπτει ως:

$$\mathcal{S}_x(f) = \frac{1}{4}(\mathcal{S}_V(f - f_c) + \mathcal{S}_V(f + f_c)).$$

- Η ισχύς του  $x(t)$  προκύπτει ως:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_x &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_x(f) df \\ &= \frac{1}{4} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_V(f - f_c) df + \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_V(f + f_c) df \right) \\ &= \frac{1}{4} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_V(\bar{f}) d\bar{f} + \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_V(\tilde{f}) d\tilde{f} \right) \\ &= \frac{\mathcal{P}_V}{4} + \frac{\mathcal{P}_V}{4} = \frac{\mathcal{P}_V}{2}.\end{aligned}$$

## Ισχύς Σήματος AM (2/2)

- Έστω ότι η DC τιμή του  $m(t)$  είναι μηδενική, δηλαδή:

$$R_m^{\text{DC}} \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T m(t) dt = 0.$$

- Τότε:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_x &= \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |V(t)|^2 dt \\ &= \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (A_c^2 + 2A_c m(t) + m^2(t)) dt \\ &= \frac{A_c^2}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt + \underbrace{A_c R_m^{\text{DC}}}_{=0} + \frac{1}{2} \underbrace{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T m^2(t) dt}_{\triangleq \mathcal{P}_m \text{ (ισχύς του } m(t))} \\ &= \frac{A_c^2}{2} + \frac{\mathcal{P}_m}{2}. \end{aligned}$$

## Συντελεστής Αποδοτικότητας Ισχύος AM

- Έστω το ακόλουθο σήμα πληροφορίας:

$$m(t) = \alpha \cos(2\pi f_m t) \Rightarrow \mathcal{P}_m = \frac{\alpha^2}{2}.$$

- Η ισχύ του διαμορφωμένου κατά AM σήματος  $x(t)$ :

$$\mathcal{P}_x = \frac{A_c^2}{2} + \frac{\alpha^2}{4}.$$

- Ο συντελεστής αποδοτικότητας ισχύος της διαμόρφωσης AM ορίζεται ως:

$$\eta \triangleq \frac{\mathcal{P}_m}{\mathcal{P}_V} = \frac{\mathcal{P}_m}{A_c^2 + \mathcal{P}_m}.$$

- Για το συγκεκριμένο παράδειγμα:  $\eta = \frac{\frac{\alpha^2}{2}}{A_c^2 + \frac{\alpha^2}{2}} = \frac{\frac{\alpha^2}{A_c^2}}{2 + \frac{\alpha^2}{A_c^2}} = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2}.$

## Αρνητικά της Διαμόρφωσης AM

- Για το συντελεστή  $\eta$  ισχύει:  $\eta \leq 0.33$  για  $\mu \leq 1$  (αποφυγή παραμόρφωσης). Δηλαδή, τουλάχιστον τα  $2/3$  της ισχύος του  $x(t)$  αφορούν την ισχύ του  $c(t)$  (μη αποδοτική διαχείριση της ισχύος).
- Το εύρος ζώνης του  $x(t)$  είναι διπλάσιο από αυτό του  $m(t)$  (μη αποδοτική διαχείριση φάσματος).
- Η διαμόρφωση AM είναι επιρρεπής σε παρεμβολές κι αλλοιώσεις από το περιβάλλον διάδοσης.

## Τέλος μαθήματος

🎯 Ερωτήσεις?





1 Επικοινωνίες και Διαμόρφωση Κύματος

2 Διαμόρφωση Πλάτους (AM)

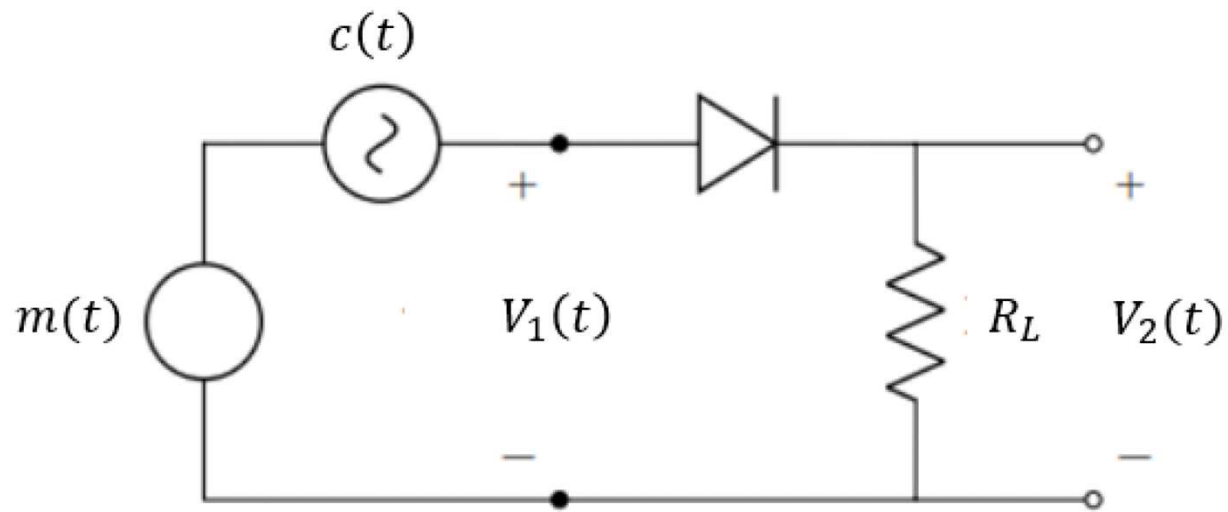
- Συμβατικό AM
- Διαμορφωτής και Αποδιαμορφωτής AM
- Η Παραλλαγή DSB-AM-SC
- Η Παραλλαγή SSB-AM
- Η Παραλλαγή VSB-AM

## Διαμορφωτής AM

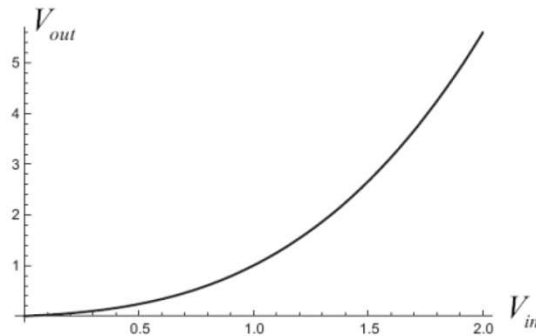
- Για τη διαμόρφωση κατά πλάτος ενός σήματος πληροφορίας  $m(t)$  είναι αναγκαίος ο πολλαπλασιασμός του με το συνημίτονο  $\cos(2\pi f_c t)$  του φέροντος  $c(t)$ .
- Πρόκειται για μη γραμμική διαδικασία, η οποία απαιτεί τη χρήση ενός μη γραμμικού στοιχείου (π.χ. διόδου) για να υλοποιηθεί.
- Ακολουθεί το διάγραμμα ενός διαμορφωτή διόδου AM.



## Διαμορφωτής Διόδου AM (1/3)



## Διαμορφωτής Διόδου AM (2/3)



- Η τάση εισόδου του κυκλώματος:  $V_1(t) = m(t) + A_c \cos(2\pi f_c t)$ .
- Η τάση εξόδου του:

$$\begin{aligned} V_2(t) &= d_1 V_1(t) + d_2 V_1^2(t) + \dots \\ &= 2d_2 A_c \cos(2\pi f_c t) \left( \frac{d_1}{2d_2} + m(t) \right) + d_1 m(t) + d_2 m^2(t) \\ &\quad + \frac{d_2 A_c^2}{2} (1 + \cos(4\pi f_c t)) + \dots \end{aligned}$$



## Διαμορφωτής Διόδου AM (3/3)

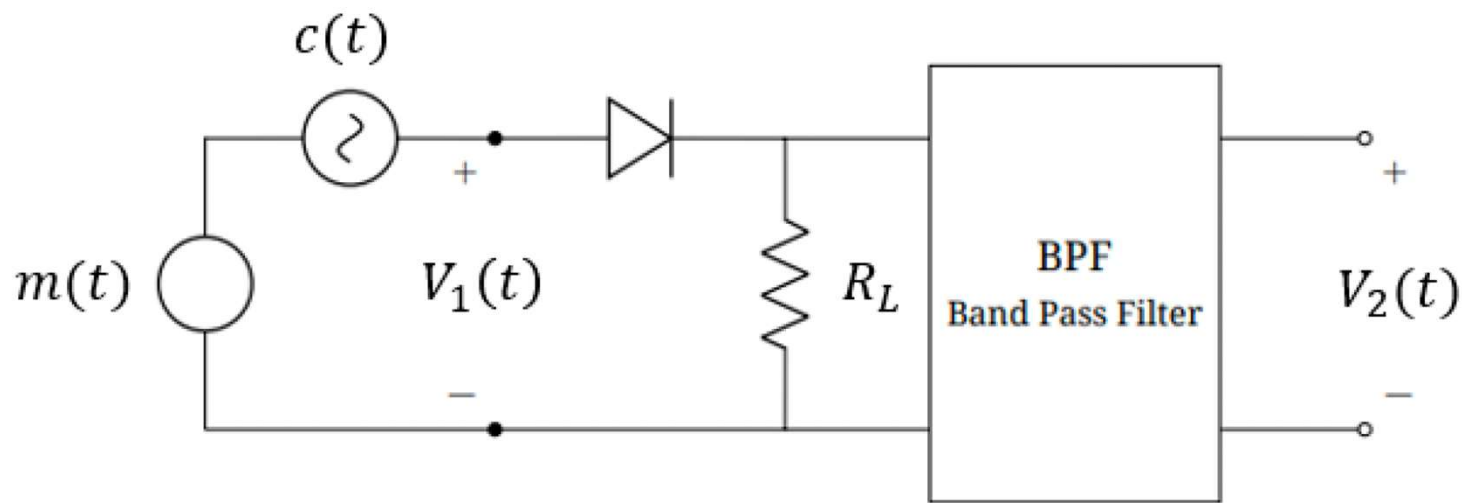
- Στο άθροισμα στην έκφραση του  $V_2(t)$  υπάρχει ο παρακάτω όρος που προσομοιάζει ένα διαμορφωμένο κατά AM σήμα:

$$2d_2A_c \cos(2\pi f_c t) \left( \frac{d_1}{2d_2} + m(t) \right).$$

- Για να απομονωθεί ο όρος αυτός από το  $V_2(t)$  χρησιμοποιείται ένα ζωνοπερατό φίλτρο με κεντρική συχνότητα  $f_c$  και εύρος ζώνης  $2W$ .



## Ολοκληρωμένος Διαμορφωτής Διόδου AM



## Αποφυγή Παραμόρφωσης Φάσματος

- Για τον διαμορφωτή διόδου AM δεν αρκεί η συνθήκη  $f_c > W$  για να αποφευχθεί η παραμόρφωση.
- Για να δύναται να απομακρυνθεί ο όρος  $d_2 m^2(t)$  από το  $V_2(t)$  χρειάζεται να ισχύει ( $f_c > 3W$ ).
- Το εύρος ζώνης του  $m^2(t)$  είναι διπλάσιο από του  $m(t)$ :

$$\mathcal{F}\{m(t)m(t)\} = M(f) * M(f).$$

Προφανώς, η συνέλιξη “προσθέτει” φασματικό περιεχόμενο, δηλαδή η συνάρτηση  $M(f) * M(f)$  έχει εύρος ζώνης  $W + W = 2W$ .

- Επομένως, για να αποφευχθεί η παραμόρφωση χρειάζεται να ισχύει για τη συχνότητα του φέροντος:  
 $f_c - W > 2W \Rightarrow f_c > 3W$ .

## Τεχνικές Αποδιαμόρφωσης AM

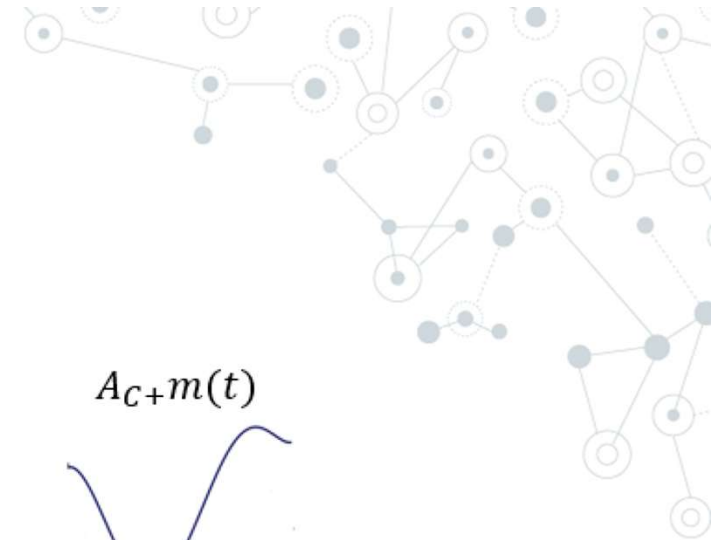
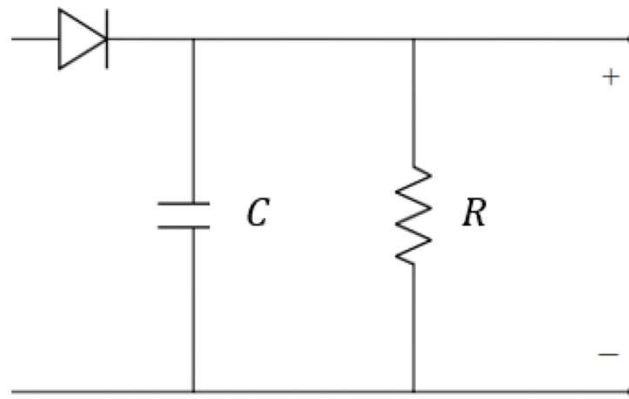
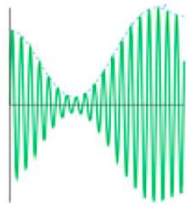
Υπάρχουν δύο κατηγορίες τεχνικών αποδιαμόρφωσης AM:

- *Σύμφωνη*: απαιτείται συγχρονισμός του δέκτη με τη φάση του φέροντος, χρειάζονται ακριβά ηλεκτρονικά στοιχεία και κύκλωμα PLL. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποδιαμόρφωση οποιουδήποτε σήματος AM.
- *Ασύμφωνη*: δεν απαιτείται γνώση της φάσης στο δέκτη, κατ'επέκταση πρόκειται για φθηνή υλοποίηση. Όμως, δύναται να χρησιμοποιηθεί μόνο για αποδιαμόρφωση σημάτων AM με συνολικό φέρον (TC: Total Carrier).



## Ασύμφωνος Αποδιαμορφωτής AM (1/4)

$$x(t) = [A_c + m(t)]\cos(2\pi f_c t)$$



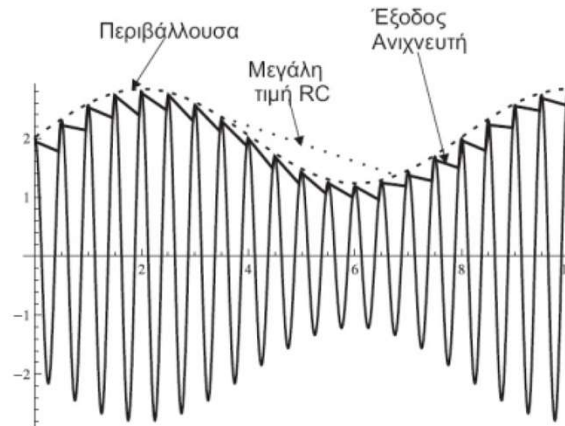
- Επιτυγχάνεται με τον ανιχνευτή περιβάλλουσας (envelope detector).

## Ασύμφωνος Αποδιαμορφωτής AM (2/4)

- Κατά την άνοδο της τάσης  $V_{in}(t) \equiv x(t)$  σε μια θετική ημιπερίοδο, η θετικά πολωμένη δίοδος άγει κι ο πυκνωτής φορτίζεται έως τη μέγιστη τιμή του.
- Όταν η τάση του  $V_{in}(t)$  αρχίζει να λαμβάνει τιμές κάτω από τη μέγιστη τιμή, η δίοδος πολώνεται ανάστροφα και παύει να άγει. Αυτό συμβαίνει διότι η τάση στα άκρα του είναι μεγαλύτερη από τη τάση εισόδου.
- Τότε, ο πυκνωτής εκφορτίζεται με αργό ρυθμό μέσω της αντίστασης  $R$  σύμφωνα με τη σταθερά χρόνου  $\tau = RC$ :  
$$V_{out}(t) = Ve^{-\frac{t}{\tau}} \cong V(1 - \frac{t}{\tau}).$$



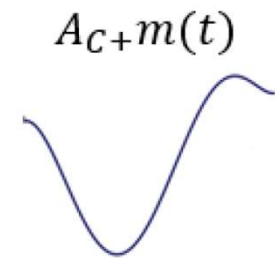
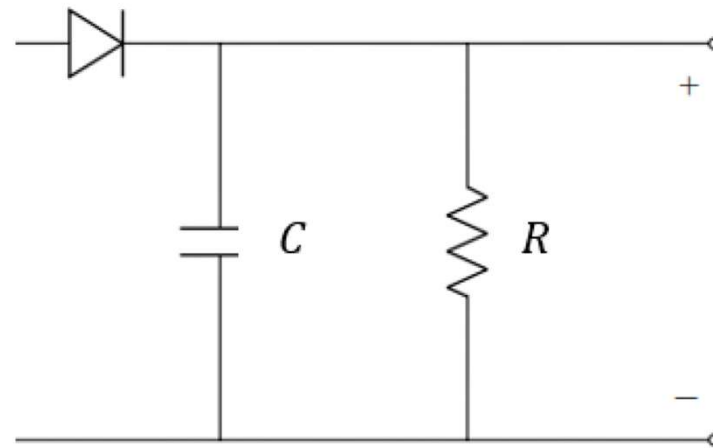
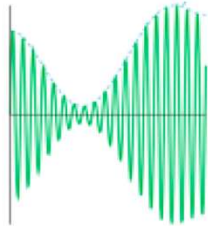
## Ασύμφωνος Αποδιαμορφωτής AM (3/4)



- Η εκφόρτιση του πυκνωτή μεταξύ των θετικών κορυφών του  $V_{in}(t) \equiv x(t)$  προκαλεί κυματισμό του  $V_{out}(t)$  σε συχνότητα  $f_c$ .
- Μεγάλες τιμές του  $\tau$  μπορούν να οδηγήσουν σε αναξιόπιστη ανίχνευση, ο πυκνωτής αδυνατεί να παρακαλουθήσει το  $V(t)$ .
- Θα πρέπει, γενικά, να ισχύει:  $W < \frac{1}{\tau} \ll f_c$ .

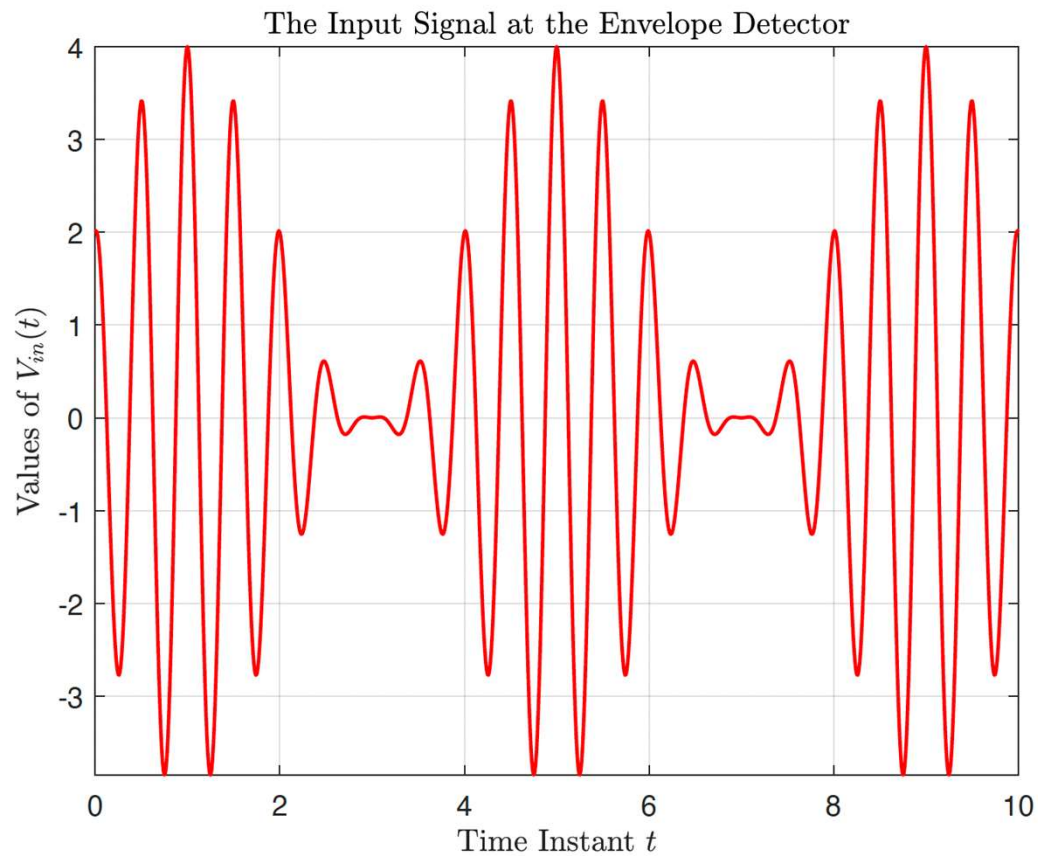
## Ασύμφωνος Αποδιαμορφωτής AM (4/4)

$$x(t) = [A_c + m(t)]\cos(2\pi f_c t)$$

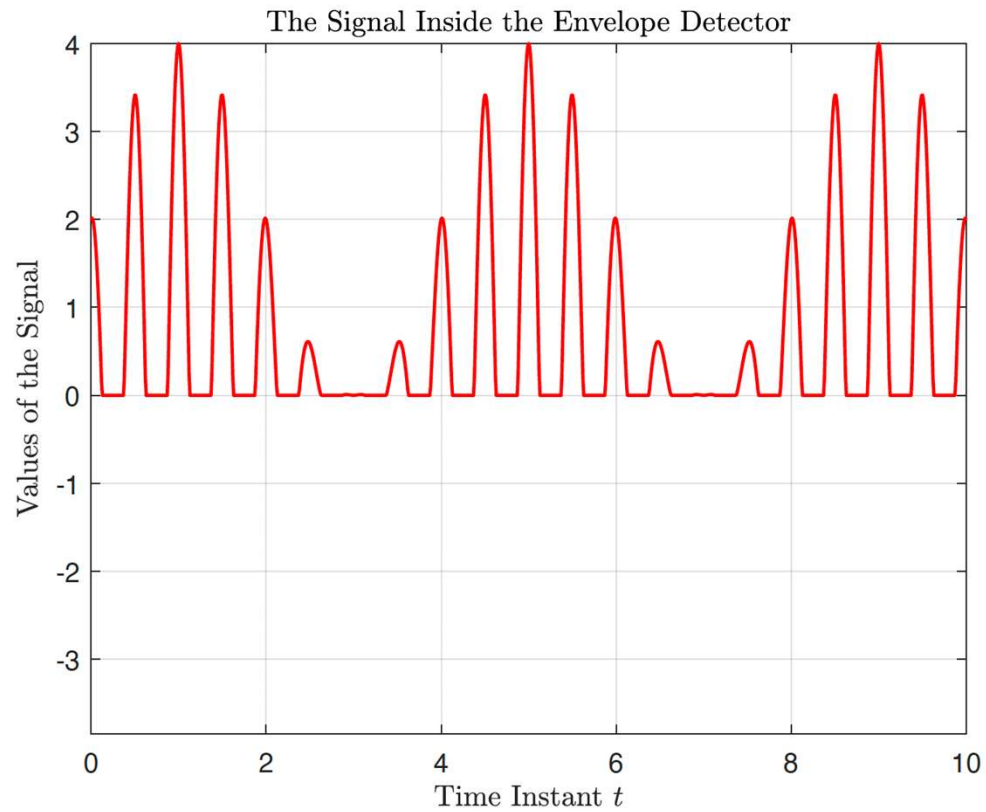


- Ο DC όρος  $A_c$  μπορεί να απομακρυνθεί από το  $V_{out}(t)$  με τη χρήση ενός πυκνωτή ή ενός υπερβατικού φίλτρου.

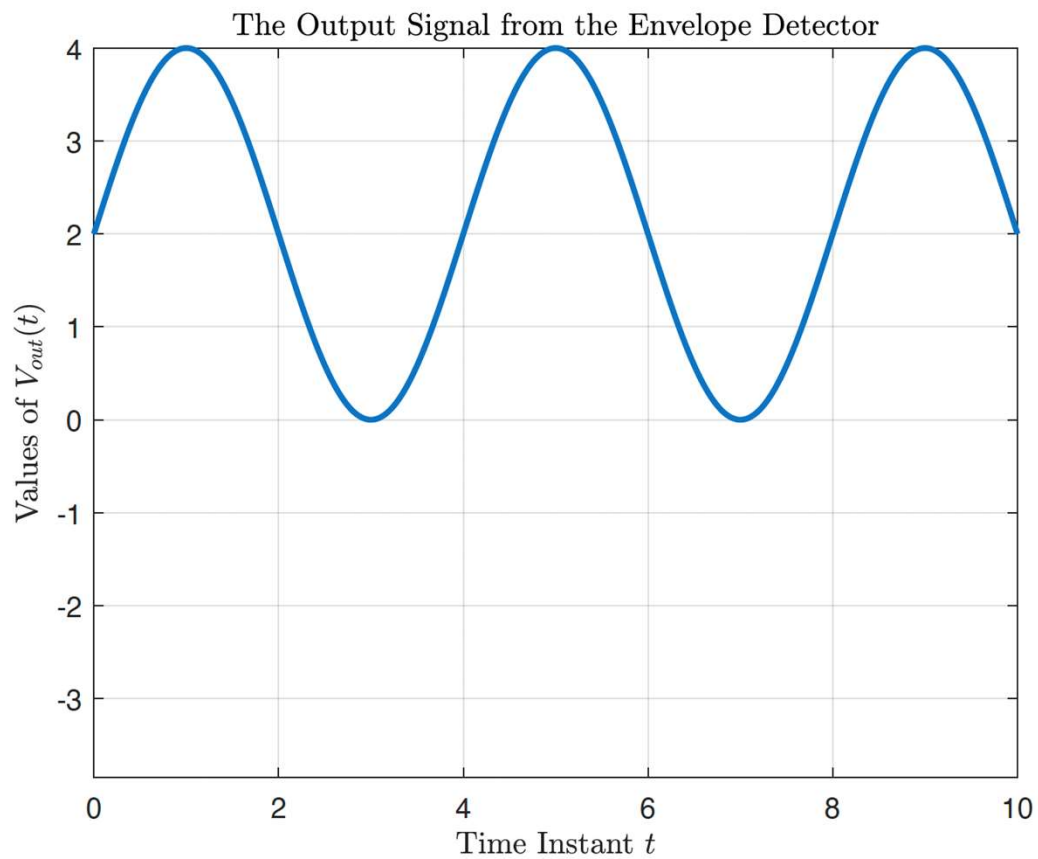
## Παράδειγμα Σήματος Εισόδου $V_{in}(t) \equiv x(t)$



## Το Σήμα Εσωτερικά του Ανιχνευτή



## Το Σήμα Εξόδου $V_{out}(t)$



## Η Απομάκρυνση του Όρου $A_c$ μέσω Πυκνωτή

- Ο όρος αυτός έχει συνεισφορά μόνο στη μηδενική συχνότητα του φάσματος.
- Ένας σταθερός όρος έχει άπειρη περίοδο, άρα και μηδενική συχνότητα:  $f = \frac{1}{\infty} = 0$  ( $\mathcal{F}\{A_c\} = A_c\delta(f)$ ).
- Αν  $C$  η χωρητικότητα ενός πυκνωτή, ισχύει για τη χωρητική αντίστασή (reactance) του:  $|X| = \frac{1}{2\pi fC}$ . Τότε, για  $f \rightarrow 0$  προκύπτει ότι  $|X| \rightarrow \infty$ . Δηλαδή, ο πυκνωτής, λόγω άπειρης αντίστασης, συμπεριφέρεται ως ανοιχτό κύκλωμα (OC: Open Circuit), απομακρύνοντας τον όρο  $A_c$ .
- Ισοδύναμα, από τη σχέση που συνδέει το ρεύμα που διατρέχει έναν πυκνωτή και την τάση στα άκρα του:  $i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$ , προκύπτει ότι  $i(t) = 0$  όταν το  $v(t)$  είναι σταθερό στο χρόνο.



## Σύμφωνη Αποδιαμόρφωση AM

- Επιτυγχάνεται με πολλαπλασιασμό του ληφθέντος σήματος με φέρον ίδιας φάσης, δηλαδή δημιουργείται το σήμα:  
 $y(t) = x(t) \cos(2\pi f_c t)$ .
- Όμως, η φάση του διαμορφωμένου σήματος μπορεί να επηρεαστεί από διάφορα στοιχεία στη διαδρομή του κύματος.
- Όταν η αναγνώριση αυτής της φάσης είναι τέλεια (χωρίς βλάβη της γενικότητας έστω ίση με μηδέν):

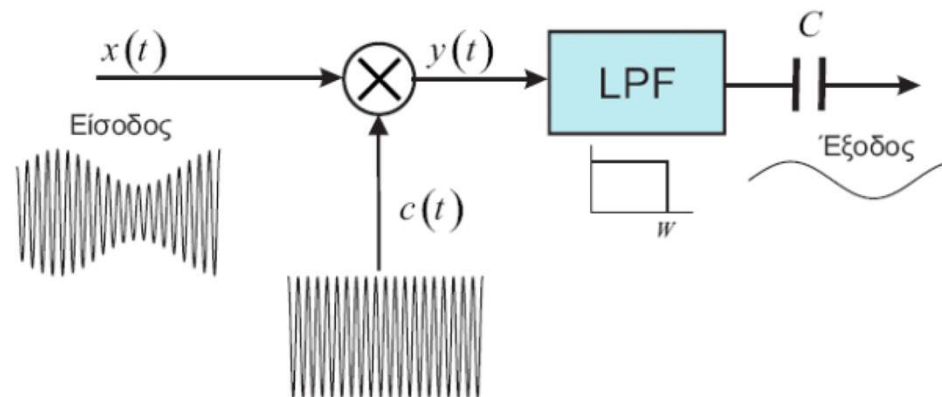
$$\begin{aligned} y(t) &= ((A_c + m(t)) \cos(2\pi f_c t)) \cos(2\pi f_c t) \\ &= \frac{1}{2} (A_c + m(t)) + \frac{1}{2} (A_c + m(t)) \cos(4\pi f_c t). \end{aligned}$$

- Σε περίπτωση λανθασμένης αναγνώρισης φάσης:

$$\begin{aligned} y(t) &= ((A_c + m(t)) \cos(2\pi f_c t + \phi_c)) \cos(2\pi f_c t + \phi) \\ &= \frac{\cos(\Delta\phi)}{2} (A_c + m(t)) + \frac{\cos(4\pi f_c t + \phi + \phi_c)}{2} (A_c + m(t)). \end{aligned}$$



## Σύμφωνη Αποδιαμόρφωση AM



- Στην έξοδο του πολλαπλασιαστή (μίκτη):  
$$y(t) = 0.5 (A_c + m(t)) + 0.5 (A_c + m(t)) \cos(4\pi f_c t).$$
- Το χαμηλοπερατό φίλτρο απομονώνει τη συνιστώσα:  
$$0.5 (A_c + m(t)).$$
- Ο πυκνωτής εξαλείφει τον όρο  $0.5A_c$  κι απομένει στην έξοδο του αποδιαμορφωτή το  $0.5m(t)$ .

## Σύμφωνη Αποδιαμόρφωση AM

- Δεν εμφανίζει φαινόμενα υπερδιαμόρφωσης, οπότε δεν εξαρτάται από το δείκτη  $\mu$ . Δεν εμφανίζεται το πρόβλημα του αργού πυκνωτή.
- Υποβαθμίζει του σήμα πληροφορίας αν δεν υπολογιστεί σωστά η φάση του φέροντος, στην περίπτωση αυτή η έξοδος του αποδιαμορφωτή είναι:  $0.5m(t) \cos(\Delta\phi)$ .
- Είναι πολυπλοκότερος στην υλοποίηση από τον ασύμφωνο αποδιαμορφωτή.

## Double Side Band AM with Suppressed Carrier

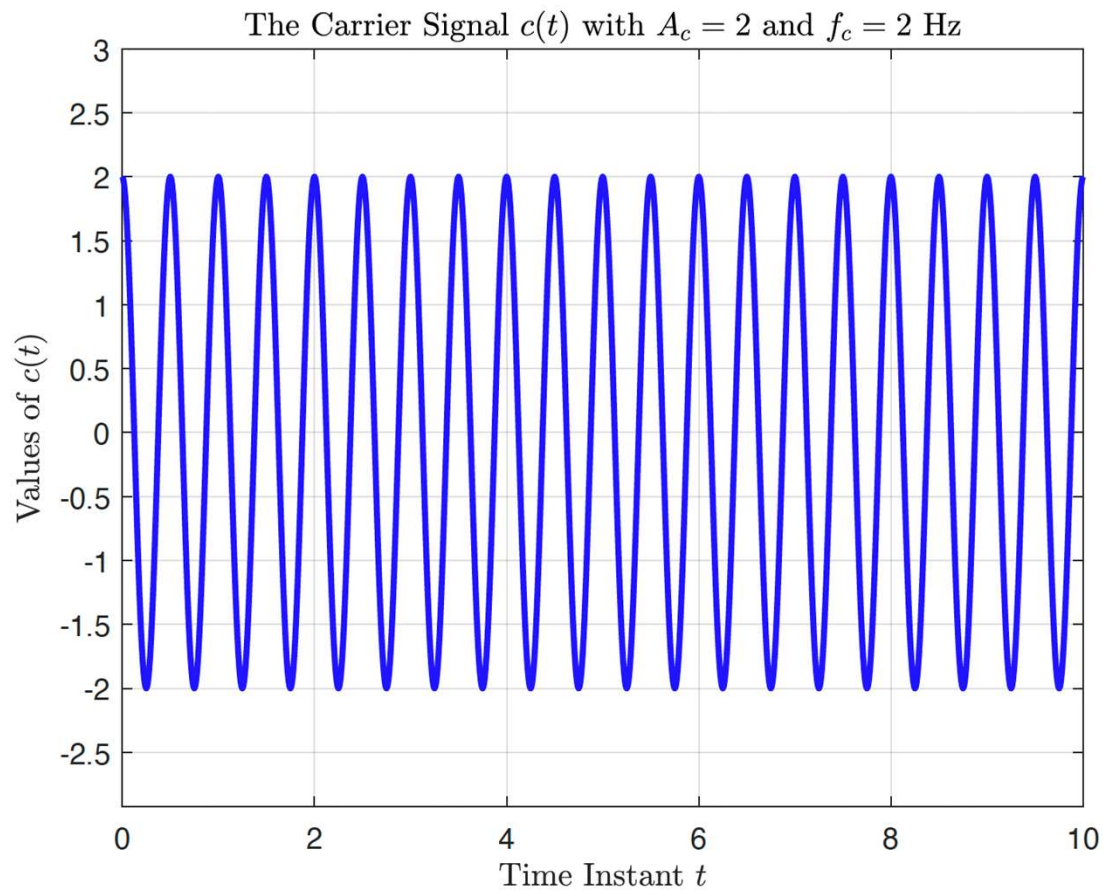
- Στο συμβατικό AM το  $x(t) = (A_c + m(t)) \cos(2\pi f_c t)$  (το φέρον συνεισφέρει  $\frac{A_c^2}{2}$  στην ισχύ). Προφανώς, ο όρος  $A_c \cos(2\pi f_c t)$  δεν περιέχει πληροφορία κι η αφαίρεσή του θα συνδράμει στην αύξηση της ενεργειακής αποδοτικότητας της διαμόρφωσης.
- Στην περίπτωση που:

$$x(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t)$$

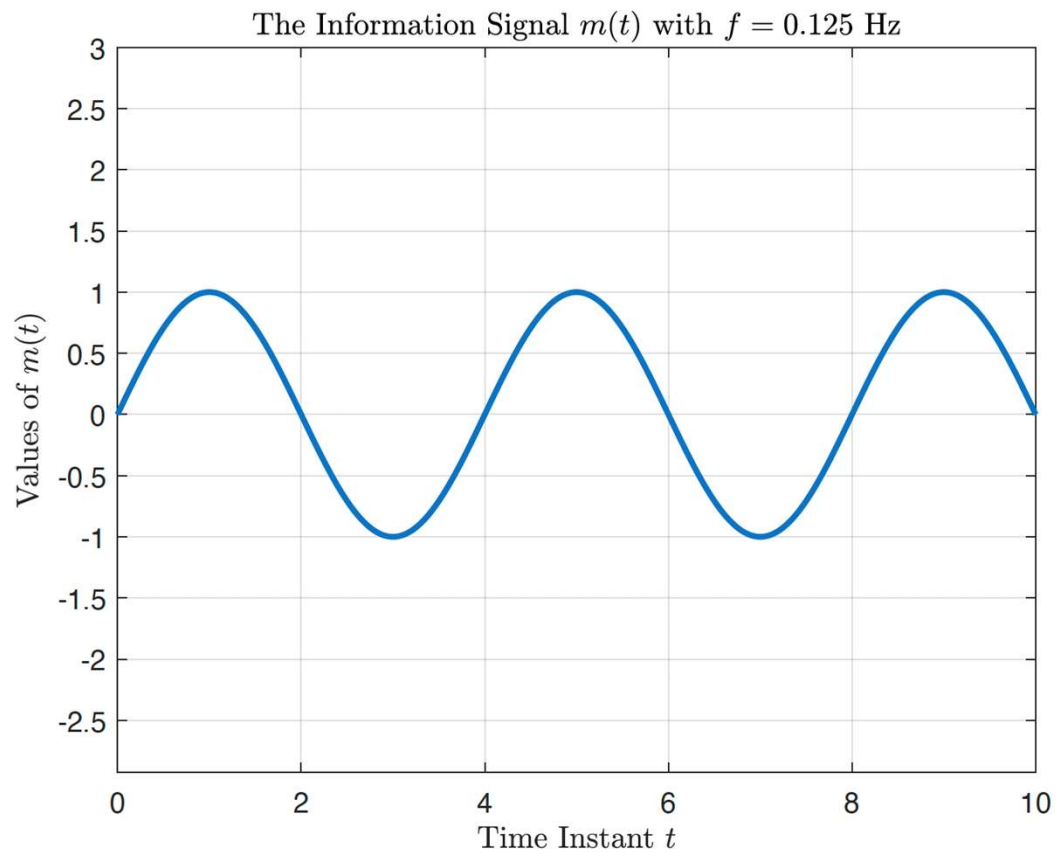
προκύπτει ότι  $(g(t) \triangleq V(t)e^{j\theta(t)} = x_I(t) + jx_Q(t) = A_c m(t))$ :

- $x_I(t) = A_c m(t)$  και  $x_Q(t) = 0$ .
  - $V(t) = |A_c m(t)|$  και  $\theta(t) = 0$ .
- Πρόκειται για τη διαμόρφωση AM διπλής πλευρικής ζώνης με κατηργημένο φέρον (DSB-AM-SC) (από το συμβατικό AM έχει αφαιρεθεί ο όρος  $A_c \cos(2\pi f_c t)$ ).

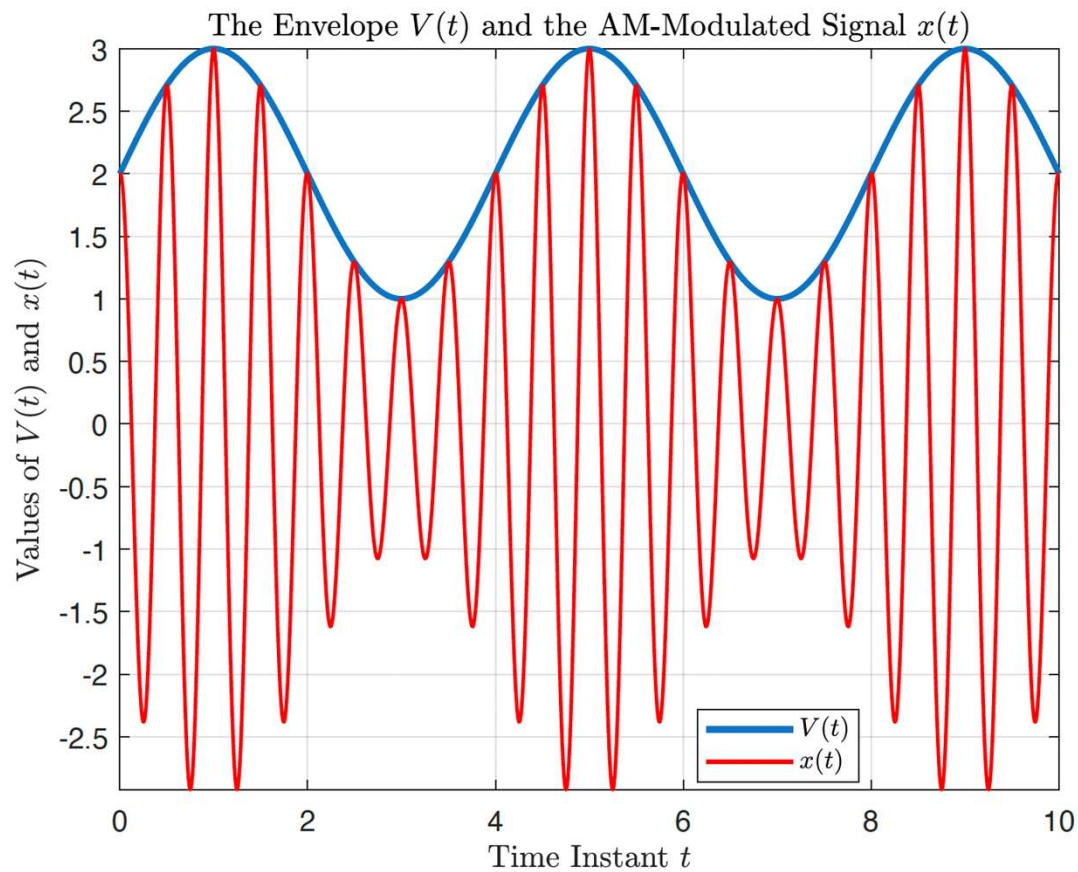
Το Φέρον  $c(t) = 2 \cos(4\pi t)$



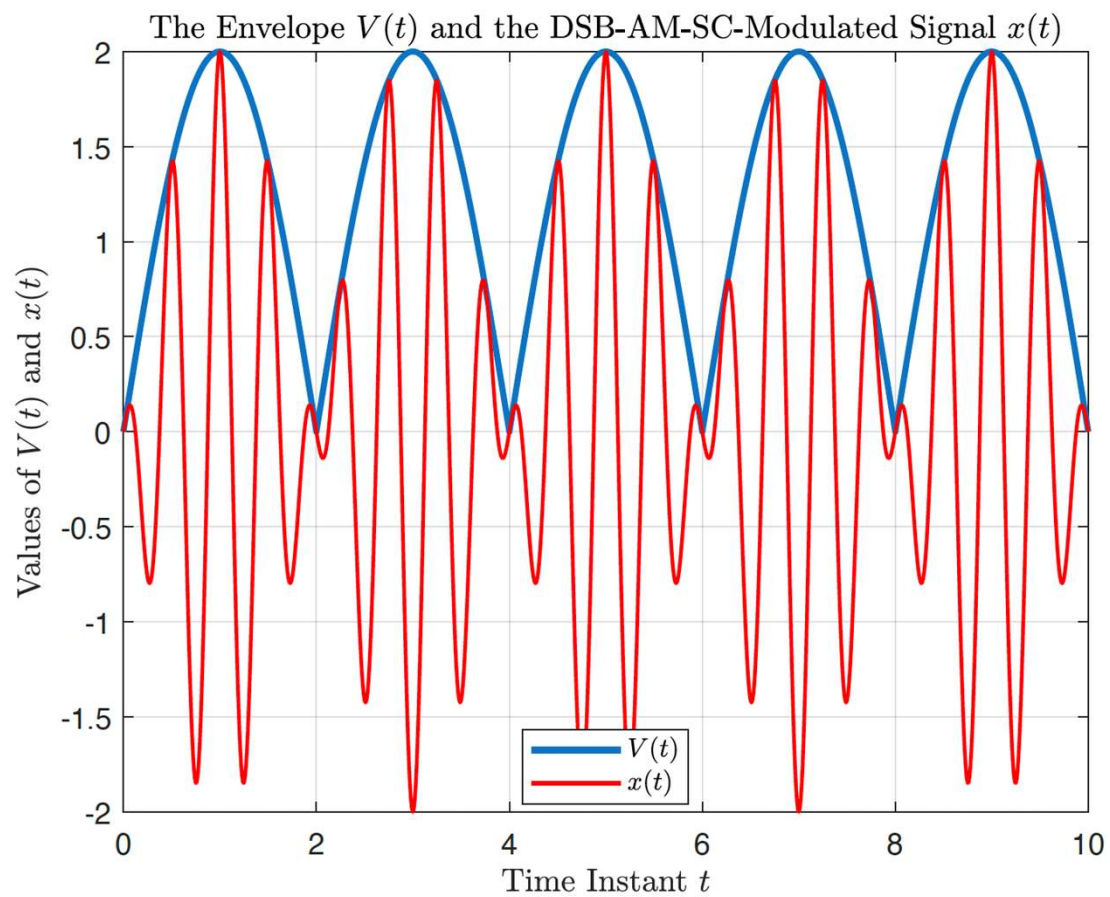
## Το Σήμα Πληροφορίας $m(t) = \cos(0.25\pi t)$



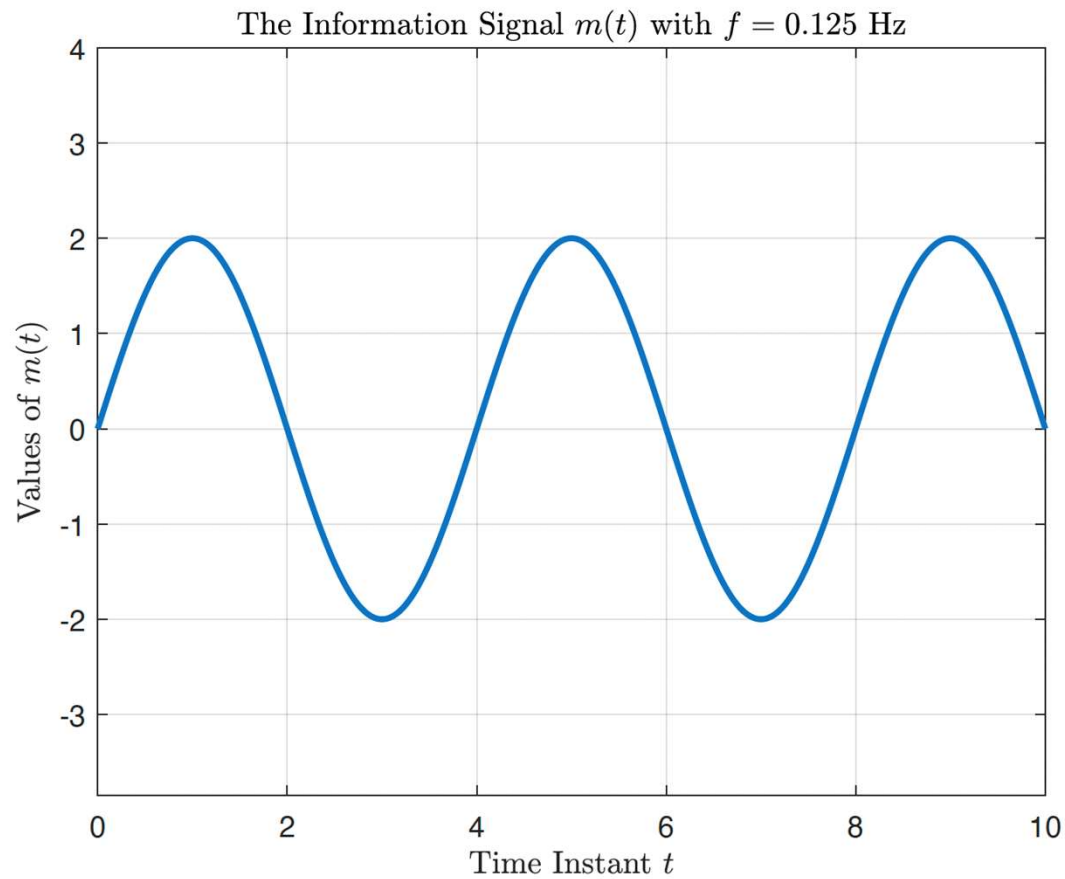
## Υποδιαμόρφωση AM ( $\mu = 0.5$ )



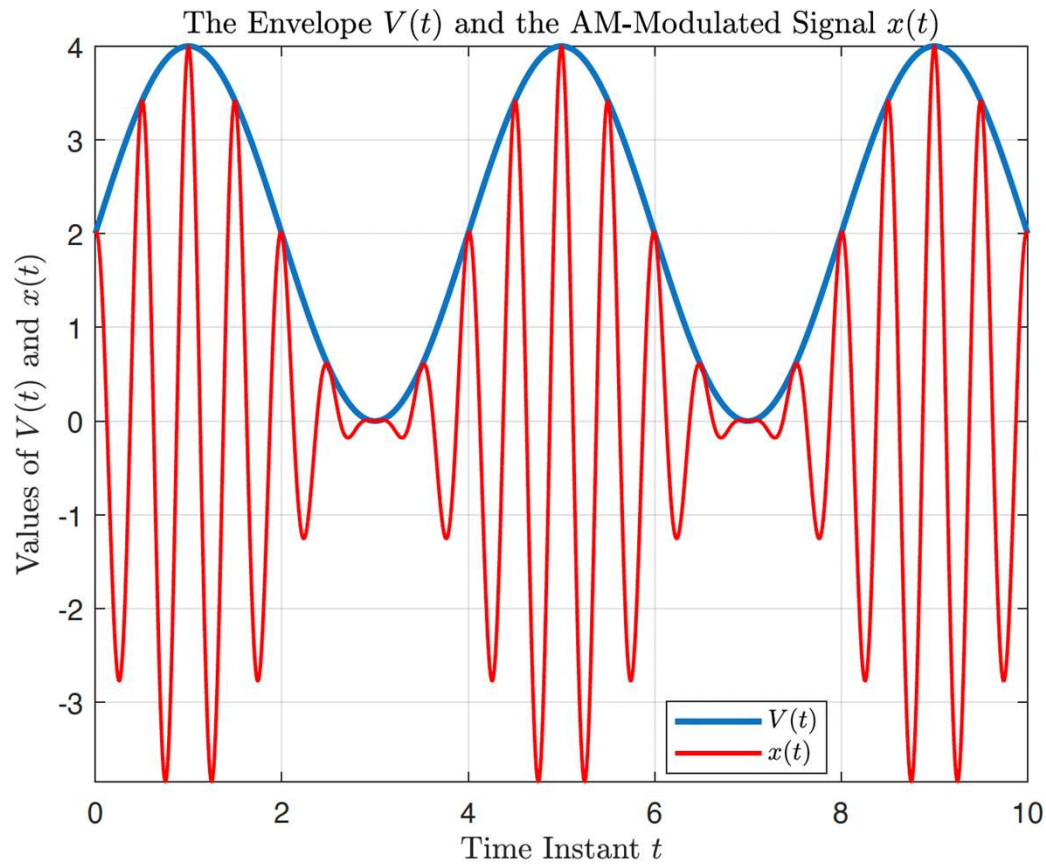
## Διαμόρφωση DSB-AM-SC



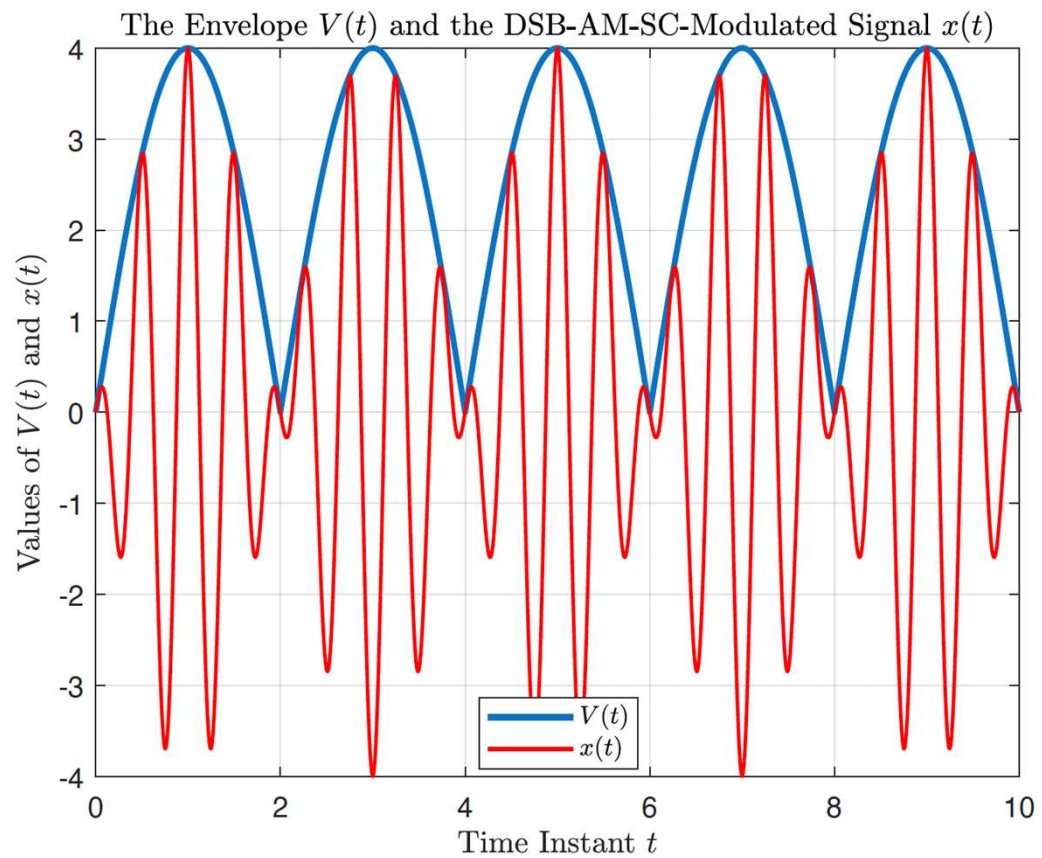
## Το Σήμα Πληροφορίας $m(t) = 2 \cos(0.25\pi t)$



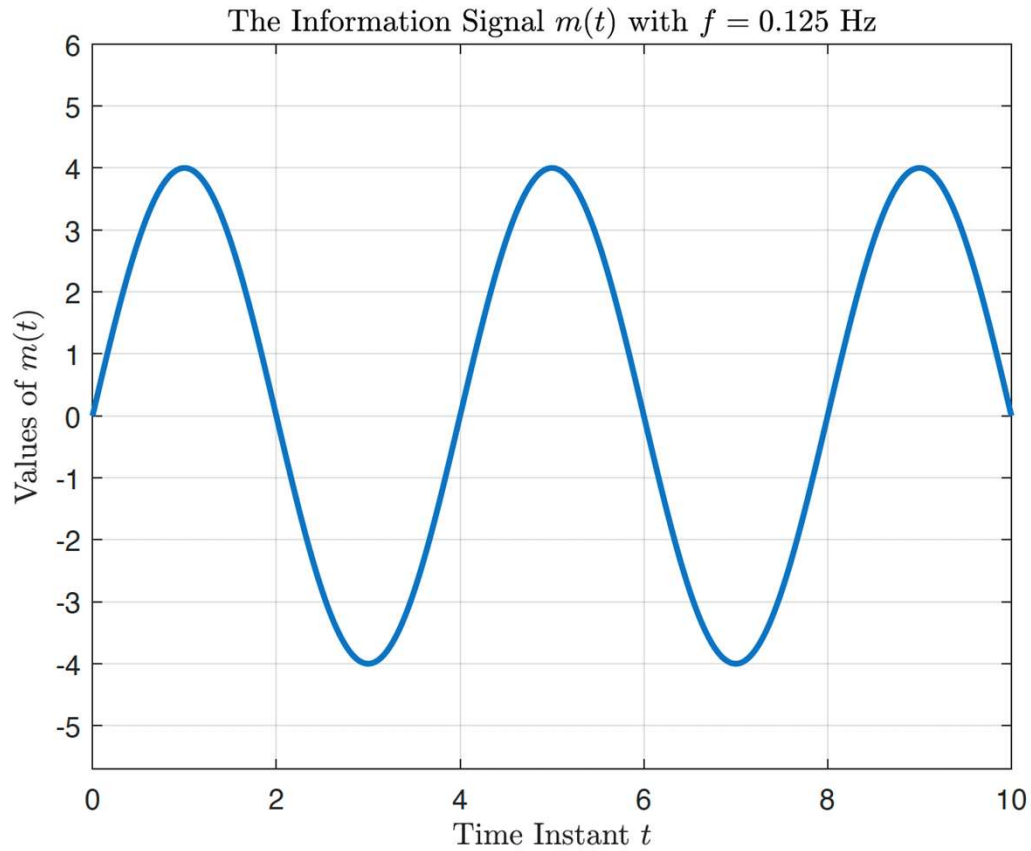
## Τέλεια Διαμόρφωση AM ( $\mu = 1$ )



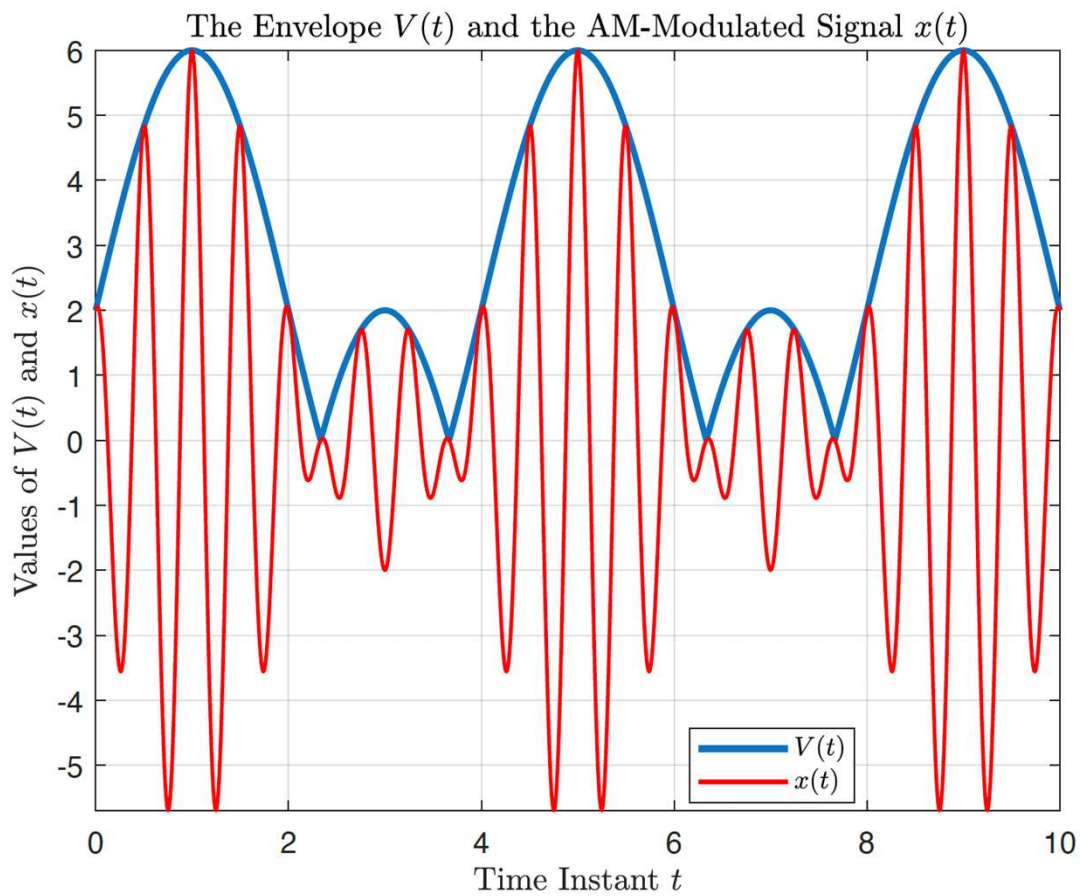
## Διαμόρφωση DSB-AM-SC



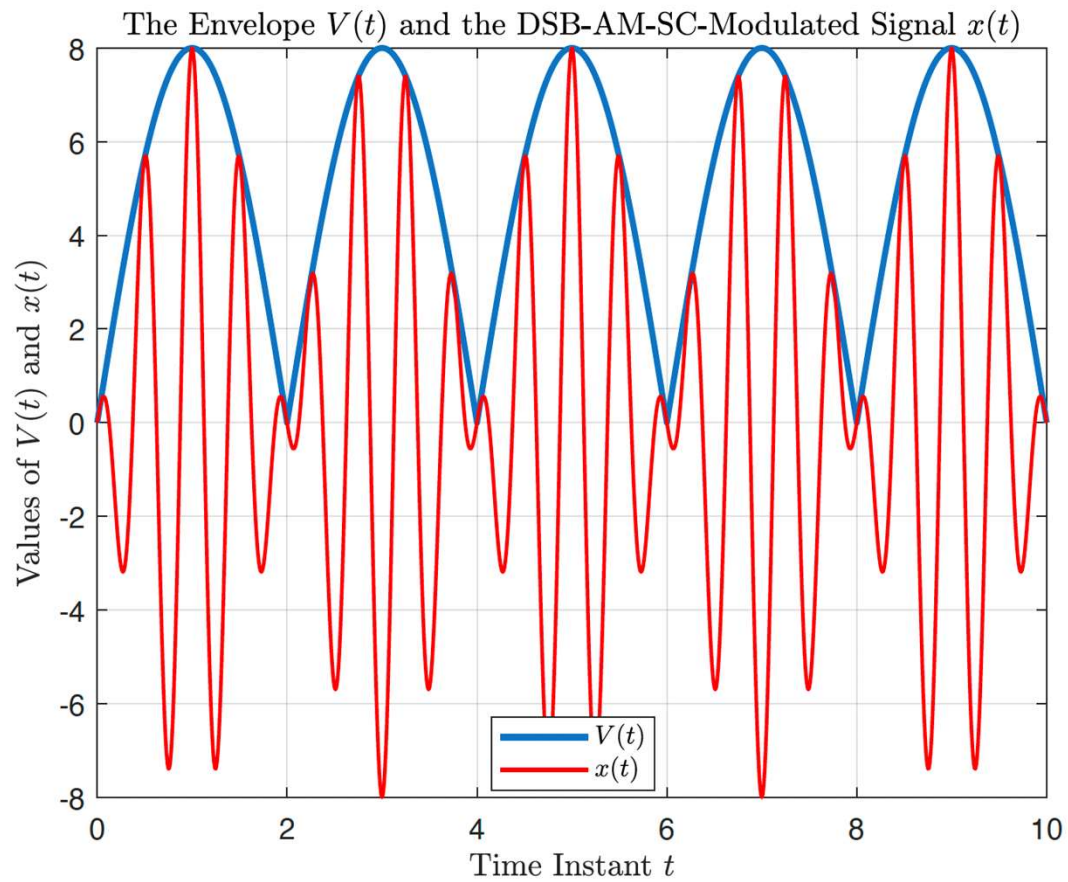
## Το Σήμα Πληροφορίας $m(t) = 4 \cos(0.25\pi t)$



## Υπερδιαμόρφωση AM ( $\mu = 2$ )



## Διαμόρφωση DSB-AM-SC



## Φάσμα και Ισχύς Σήματος DSB-AM-SC

- Ο μετασχηματισμός Fourier του διαμορφωμένου κατά DSB-AM-SC σήματος  $x(t)$ :

$$\begin{aligned} X(f) &= \mathcal{F}\{A_c m(t) \cos(2\pi f_c t)\} = \frac{A_c}{2} M(f) * (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) \\ &= \frac{A_c}{2} (M(f - f_c) + M(f + f_c)). \end{aligned}$$

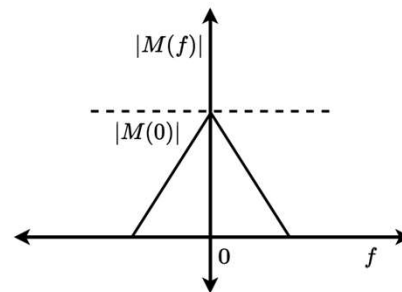
- Η ισχύς του  $x(t)$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_x &= \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |V(t)|^2 dt = \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T A_c^2 m^2(t) dt \\ &= \frac{A_c^2}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T m^2(t) dt = \frac{A_c^2}{2} \mathcal{P}_m. \end{aligned}$$

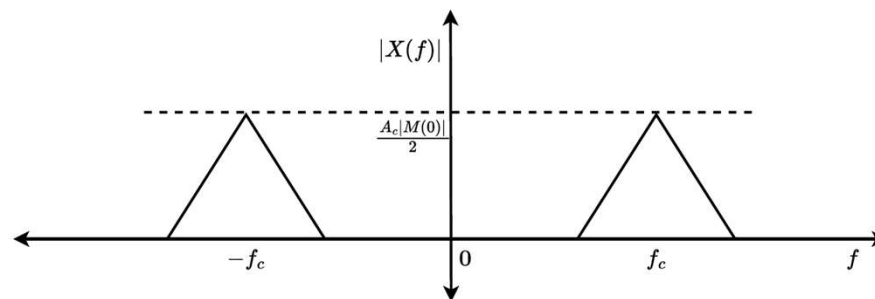
- Για το συντελεστή απόδοσης ισχύος ισχύει  $\eta = 1$ .



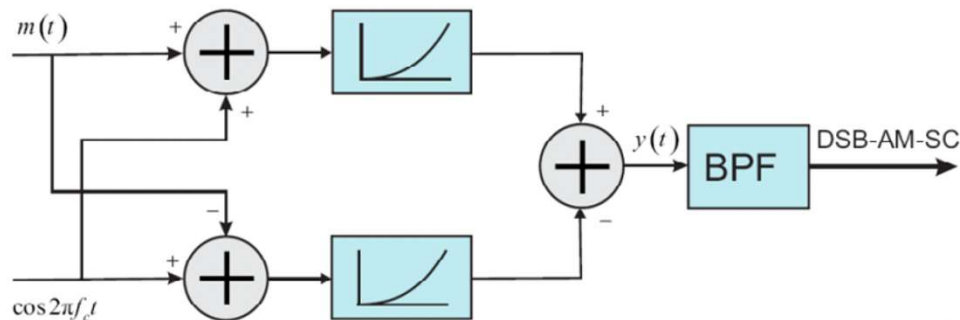
## Γραφική Αναπαράσταση Φάσματος DSB-AM-SC



↓ DSB-AM-SC



## Διαμορφωτής DSB-AM-SC



- Ο συνηθέστερος διαμορφωτής DSB-AM-SC είναι ο ισοσταθμισμένος διαμορφωτής (*balanced modulator*).
- Οι διατάξεις με την τετραγωνική γραφική παράσταση υποδηλώνουν διόδους με χαρακτηριστικές εισόδου-εξόδου:  
 $V_{out}(t) = d_1 V_{in}(t) + d_2 V_{in}^2(t)$ .
- Τα μη γραμμικά στοιχεία πρέπει να έχουν κοινή χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου.

$$\begin{aligned}
 y(t) &= d_1[m(t) + \cos 2\pi f_c t] + d_2[m(t) + \cos 2\pi f_c t]^2 \\
 &\quad - d_1[-m(t) + \cos 2\pi f_c t] - d_2[-m(t) + \cos 2\pi f_c t]^2 \\
 &= 2d_1 m(t) + 4d_2 m(t) \cos 2\pi f_c t.
 \end{aligned}$$

## Αποδιαμόρφωση DSB-AM-SC

- Δεν αρκεί η χρήση ασύμφωνης αποδιαμόρφωσης αφού  $V(t) = |A_c m(t)|$ . Για να αρκούσε θα έπρεπε  $m(t) \geq 0 \forall t$ , το οποίο σπάνια συμβαίνει στα σήματα πληροφορίας στα συστήματα επικοινωνιών.
- Απαιτείται κύκλωμα σύμφωνης αποδιαμόρφωσης παρόμοιο με αυτό για το συμβατικό AM.

## Single Side Band AM

- Το εύρος ζώνης ενός διαμορφωμένου κατά DSB-AM-SC σήματος είναι διπλάσιο από το εύρος ζώνης πληροφορίας.
- Αποσκοπώντας στη βελτίωση της φασματικής απόδοσης της διαμόρφωσης, η διαμόρφωση AM απλής πλευρικής ζώνης (*SSB-AM*) χρησιμοποιεί μόνο μία από τις δύο πλευρικές ζώνες στο διαμορφωμένο σήμα.

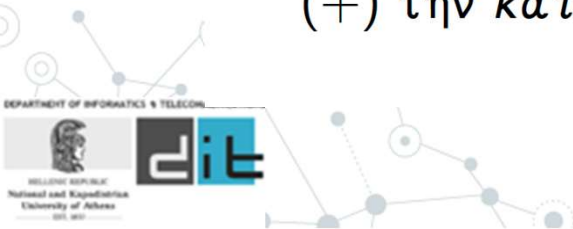
## Single Side Band AM

- Ένα διαμορφωμένο κατά SSB-AM σήμα πληροφορίας  $m(t)$  ( $\hat{m}(t) = \mathcal{H}\{m(t)\}$ ) εκφράζεται ως:

$$x(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) \mp A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t),$$

από όπου προκύπτει ότι:

- $x_I(t) = A_c m(t)$  και  $x_Q(t) = \pm A_c \hat{m}(t)$ .
- $V(t) = A_c \sqrt{m^2(t) + \hat{m}^2(t)}$  και  $\theta(t) = \tan^{-1} \left( \pm \frac{\hat{m}(t)}{m(t)} \right)$ .
- Στο  $x(t)$  το  $(-)$  αφορά την άνω πλευρική ζώνη (*USSB-AM*) και το  $(+)$  την κάτω πλευρική ζώνη (*LSSB-AM*).



## Μετασχηματισμός Hilbert κι Ολίσθηση Φάσης

- Ο μετασχηματισμός Hilbert με  $h(t) \triangleq \frac{1}{\pi t}$  ορίζεται ως:

$$\hat{m}(t) = \mathcal{H}\{m(t)\} = m(t) * h(t).$$

- Έχει την ιδιότητα να ολισθαίνει κατά  $-\pi/2$  τις θετικές συχνότητες του σήματος  $m(t)$  και κατά  $+\pi/2$  τις αρνητικές του συχνότητες.
- Για το μετασχηματισμό Fourier του  $\hat{m}(t)$  ισχύει:

$$\mathcal{F}\{\hat{m}(t)\} = (-j)\text{sgn}(f)\mathcal{F}\{m(t)\}, \quad \text{sgn}(f) = \begin{cases} 1, & f > 0 \\ -1, & f < 0 \\ 0, & f = 0 \end{cases}.$$

## Φάσμα και Ισχύς Σημάτων USSB-AM και LSSB-AM

- Ο μετασχηματισμός Fourier του διαμορφωμένου κατά USSB-AM σήματος  $x(t)$ :

$$X(f) = \mathcal{F}\{A_c m(t) \cos(2\pi f_c t)\} - \mathcal{F}\{A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)\}.$$

- Αποδεικνύεται ότι:

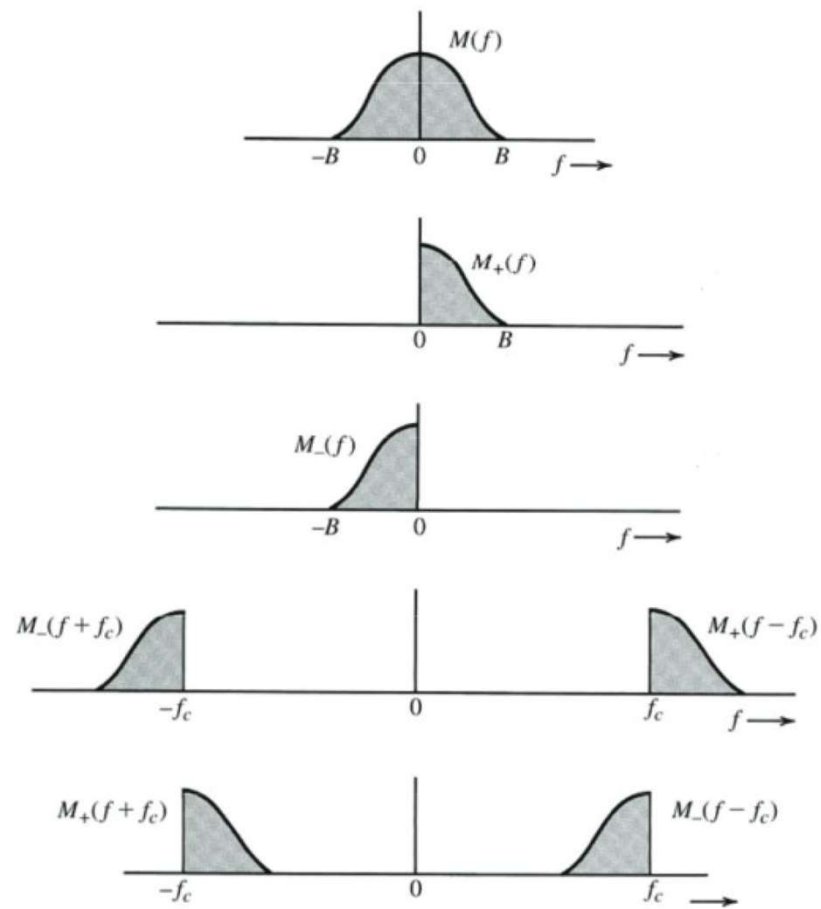
$$X(f) = A_c \begin{cases} M(f - f_c), & f > f_c \\ 0, & f < f_c \end{cases} + A_c \begin{cases} 0, & f > -f_c \\ M(f + f_c), & f < -f_c \end{cases}.$$

- Η ισχύς του  $x(t)$  είναι:  $\mathcal{P}_x = A_c^2 \mathcal{P}_m$ .
- Ομοίως για διαμόρφωση LSSB-AM:

$$X(f) = A_c \begin{cases} 0, & f > f_c \\ M(f - f_c), & f < f_c \end{cases} + A_c \begin{cases} M(f + f_c), & f > -f_c \\ 0, & f < -f_c \end{cases}.$$



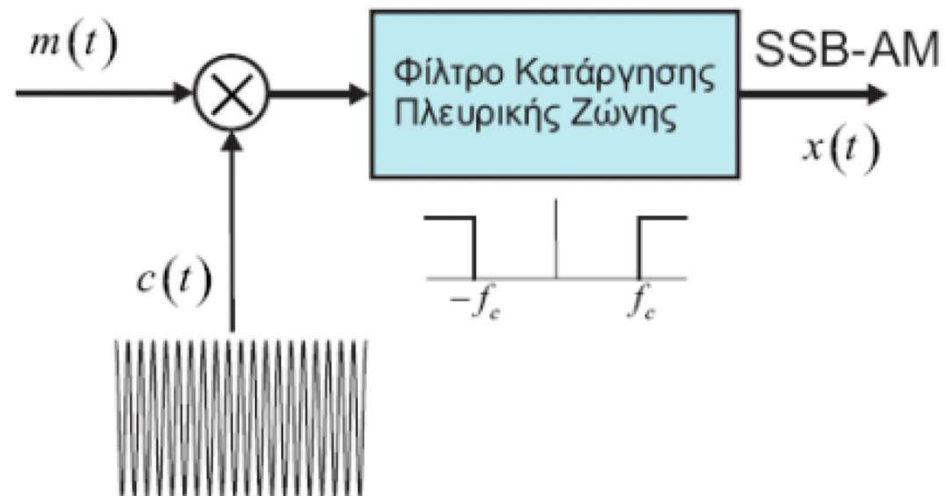
## Οι Διαμορφώσεις USSB-AM και LSSB-AM Γραφικά



## Διαμορφωτές SSB-AM

- Η διαμόρφωση SSB-AM επιτυγχάνεται με δύο τρόπους:
  - Με το διαμορφωτή επιλεκτικών φίλτρων.
  - Με το διαμορφωτή ολίσθησης φάσης.

## Διαμορφωτής SSB-AM Επιλεκτικών Φίλτρων



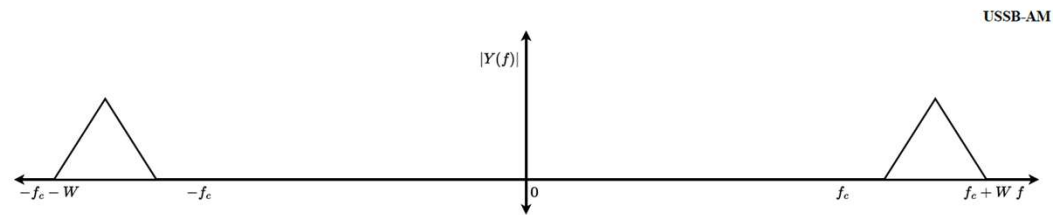
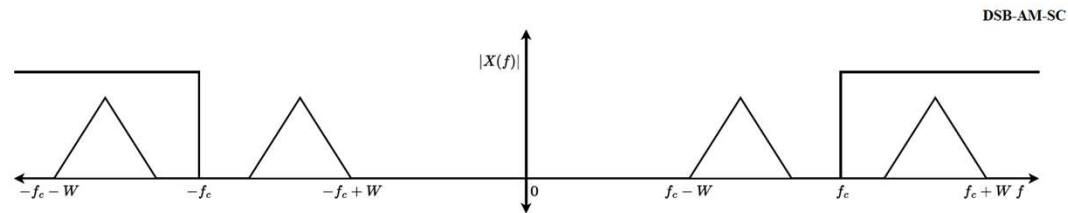
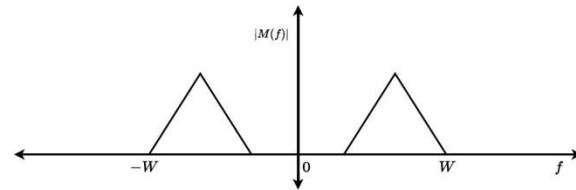
- Το διαμορφωμένο κατά DSB-AM-SC σήμα περνά από κατάλληλο φίλτρο κατάργησης της άνω ή κάτω πλευρικής ζώνης.
- Ιδιαίτερα χαμηλό κόστος, κατάλληλο για επικοινωνία σημάτων με ελάχιστο φασματικό περιεχόμενο σε πολύ χαμηλές συχνότητες.

## Βασικό Μειονέκτημα

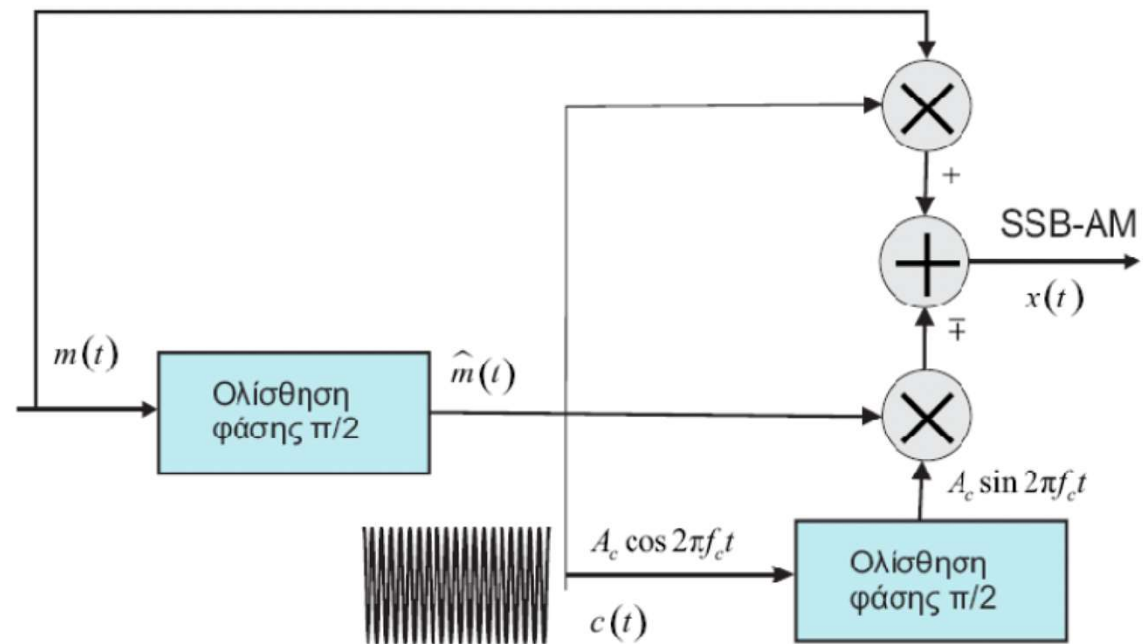
- Εάν το σήμα περιέχει πληροφορία στις χαμηλές συχνότητες, απαιτούνται πολύ απότομα φίλτρα για την αποκοπή της ανεπιθύμητης πλευρικής ζώνης.
- Τα πρακτικά φίλτρα, με μη ιδανική συμπεριφορά, ενδέχεται να αποκόψουν τμήμα της πληροφορίας.



## Η Αποκοπή της Κάτω Πλευρικής Ζώνης Γραφικά



## Διαμορφωτής SSB-AM Ολίσθησης Φάσης (1/2)



$$x(t) = A_c m(t) \cos 2\pi f_c t \mp A_c \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t$$

## Διαμορφωτής SSB-AM Ολίσθησης Φάσης (1/2)

- **Άνω κλάδος:** Το σήμα  $m(t)$  διαμορφώνεται κατά DSB-AM-SC χωρίς ολίσθηση φάσης:

$$x_1(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t).$$

- **Κάτω κλάδος:** Ολισθαίνεται η φάση του  $m(t)$  και του  $c(t)$  κατά  $\pi/2$  στο πεδίο της συχνότητας (μετασχηματισμός Hilbert στο πεδίο του χρόνου). Έπειτα, το μετατοπισμένο σήμα διαμορφώνεται κατά DSB-AM-SC:

$$x_2(t) = A_c \hat{m}(t) \underbrace{\sin(2\pi f_c t)}_{=\mathcal{H}\{\cos(2\pi f_c t)\}}.$$

- Τέλος, προστίθενται τα  $x_1(t)$  και  $x_2(t)$  για τη δημιουργία σήματος LSSB-AM ή αφαιρούνται για τη δημιουργία σήματος USSB-AM.



## Αποδιαμόρφωση SSB-AM

- Σύμφωνα με αποδιαμόρφωση με τέλεια εκτίμηση φάσης (έστω μηδενική φάση):

$$\begin{aligned}y(t) &= x(t) \cos(2\pi f_c t) \\&= (A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) \mp A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)) \cos(2\pi f_c t) \\&= A_c m(t) \cos^2(2\pi f_c t) \mp A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) \\&= \frac{1}{2} A_c m(t) + \frac{1}{2} A_c (m(t) \cos(4\pi f_c t) \mp \hat{m}(t) \sin(4\pi f_c t)).\end{aligned}$$

- Με τη χρήση κατάλληλου χαμηλοπερατού φίλτρου απομακρύνονται τα σήματα με συχνότητα  $2f_c$ .

## Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα του SSB-AM

- Φασματικά αποδοτικό: το διαμορφωμένο σήμα  $x(t)$  έχει εύρος ζώνης τόσο όσο και το σήμα πληροφορίας  $m(t)$ .
- Ικανοποιητική απόδοση ισχύος: η ισχύς του διαμορφωμένου σήματος είναι  $\mathcal{P}_x = A_c^2 \mathcal{P}_m$ .
- Απαιτείται σύμφωνη αποδιαμόρφωση (σύστημα PLL), γεγονός που αυξάνει αρκετά το κόστος του δέκτη (απαγορευτικό κόστος για εφαρμογές ραδιοφωνίας).
- Χρήση σε: αναλογική τηλεφωνία, στρατιωτικές επικοινωνίες, επικοινωνίες μεταξύ πλοίων, επικοινωνίες ραδιοερασιτεχνών.



## Τέλος μαθήματος

🎯 Ερωτήσεις?

