

Συστήματα Επικοινωνιών (Κ21)
Τμήμα Πληροφορικής & Τηλεπικοινωνιών, ΕΚΠΑ

Χρήσιμα Ζεύγη Μετασχηματισμού Fourier

$x(t)$	$X(f) = \mathcal{F}\{x(t)\}$
$X(t)$	$x(-f)$
$x(\alpha t)$	$\frac{1}{ \alpha } X\left(\frac{f}{ \alpha }\right)$
$x(t - t_0)$	$X(f)e^{-j2\pi f t_0}$
$x(t) \cos(2\pi f_0 t)$	$\frac{1}{2}(X(f - f_0) + X(f + f_0))$
$x(t)e^{j2\pi f_0 t}$	$X(f - f_0)$
$x(t) * h(t)$	$X(f)H(f)$
$x(t)h(t)$	$X(f) * H(f)$
$\frac{dx(t)}{dt}$	$j2\pi f X(f)$
$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$	$\frac{X(f)}{j2\pi f} + \frac{X(0)\delta(f)}{2}$
$\delta(t)$	1
1	$\delta(f)$
$\frac{1}{t}$	$-j\pi \text{sgn}(f)$
$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1, & t \leq T/2 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$	$T \text{sinc}(fT)$
$\Lambda\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{ t }{T}, & t \leq T \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$	$T \text{sinc}^2(fT)$
$\cos(2\pi f_0 t)$	$\frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$
$\sin(2\pi f_0 t)$	$\frac{1}{2j}(\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0))$

Μετασχηματισμός Hilbert $\hat{x}(t) = \mathcal{H}\{x(t)\} = x(t) * \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau$

$x(t)$	$\hat{x}(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$
$\hat{x}(t)$	$-x(t)$
$x_1(t) * x_2(t)$	$\hat{x}_1(t) * x_2(t)$ ή $x_1(t) * \hat{x}_2(t)$
$x(t - t_0)$	$\hat{x}(t - t_0)$
$x(\alpha t)$	$\text{sgn}(\alpha)\hat{x}(\alpha t)$
$\cos(t)$	$\sin(t)$
e^{jt}	$-je^{jt}$

Σχέσεις μεταξύ Μετασχηματισμών Hilbert και Fourier

- $\mathcal{F}\{\hat{x}(t)\} = -j\text{sgn}(f)X(f)$.
- $\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_{\hat{x}}$ λόγω της σχέσης $\int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{F}\{x(t)\}|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{F}\{\hat{x}(t)\}|^2 df$.

Τριγωνομετρικές Ταυτότητες

$\cos(x \pm y)$	$\cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$
$\sin(x \pm y)$	$\sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$
$\cos(x)$	$\frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx})$
$\sin(x)$	$\frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx})$
$\cos(x)\cos(y)$	$\frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y))$
$\sin(x)\sin(y)$	$\frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y))$
$\sin(x)\cos(y)$	$\frac{1}{2}(\sin(x-y) + \sin(x+y))$
$\cos^2(x)$	$\frac{1}{2}(1 + \cos(2x))$
$\sin^2(x)$	$\frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$

Χρήσιμα Αόριστα Ολοκληρώματα

$\int \cos(x) dx$	$\sin(x)$
$\int \sin(x) dx$	$-\cos(x)$
$\int (a + bx)^n dx$	$\frac{(a + bx)^{n+1}}{b(n + 1)}$
$\int e^x dx$	e^x
$\int \ln(x) dx$	$x \ln(x) - x$
$\int \frac{1}{x} dx$	$\ln x $
$\int \frac{1}{\cos^2(x)} dx$	$\tan(x)$
$\int \frac{1}{\sin^2(x)} dx$	$-\frac{1}{\tan(x)}$

Συνάρτηση Bessel Πρώτου Είδους $J_n(\beta_f)$

Modulation index	Sideband																
	Carrier	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0.00	1.00																
0.25	0.98	0.12															
0.5	0.94	0.24	0.03														
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02													
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01												
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03												
2.41	0	0.52	0.43	0.20	0.06	0.02											
2.5	-0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	0.01										
3.0	-0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01										
4.0	-0.40	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02									
5.0	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02								
5.53	0	-0.34	-0.13	0.25	0.40	0.32	0.19	0.09	0.03	0.01							
6.0	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02							
7.0	0.30	0.00	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02						
8.0	0.17	0.23	-0.11	-0.29	-0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03					
8.65	0	0.27	0.06	-0.24	-0.23	0.03	0.26	0.34	0.28	0.18	0.10	0.05	0.02				
9.0	-0.09	0.25	0.14	-0.18	-0.27	-0.06	0.20	0.33	0.31	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01			
10.0	-0.25	0.04	0.25	0.06	-0.22	-0.23	-0.01	0.22	0.32	0.29	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01		
12.0	0.05	-0.22	-0.08	0.20	0.18	-0.07	-0.24	-0.17	0.05	0.23	0.30	0.27	0.20	0.12	0.07	0.03	0.01

- β_f : modulation index, $n = 0(\text{Carrier}), 1, \dots, 16$.